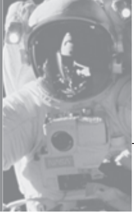


Actividad de refuerzo pág. 254

Determina numérica y gráficamente la suma de las fuerzas $\vec{F_1}$ = = (3, –4, 2), $\vec{F_2}$ = (–8, –2, 5) y $\vec{F_3}$ = (3, 0, –1), todas ellas en N. Halla el módulo de cada uno de los vectores que se dan como datos y el de la resultante.

Solución:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (3, -4, 2) + (-8, -2, 5) + (3, 0, -1) = (-2, -6, 6)\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2 + F_{1z}^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5{,}4\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_2| = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2 + F_{2z}^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{93} = 9{,}6\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2 + F_{3z}^2} = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} = 3{,}2\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + 6^2} = \sqrt{76} = 8{,}7\ \text{N}$$

Solución gráfica no incluida.

Actividad de ampliación pág. 254

Calcula las componentes cartesianas de un vector de módulo 5 N que forma con la horizontal un ángulo de 35°. Réstale un vector de módulo 4 N que forma con la horizontal un ángulo de 130°. Halla las componentes de la resultante, su módulo y el ángulo que forma con cada uno de los dos vectores.

Resuelve también el problema gráficamente de forma aproximada.

Solución:

Las componentes cartesianas son:

$F_{1x} = F_1 \cos \alpha = 5 \cdot \cos 35° = 4{,}1$ N

$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen} \alpha = 5 \cdot \operatorname{sen} 35° = 2{,}9$ N

$F_{2x} = F_2 \cos \beta = 4 \cdot \cos 130° = -2{,}6$ N

$F_{2y} = F_2 \operatorname{sen} \beta = 4 \cdot \operatorname{sen} 130° = 3{,}1$ N

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (4{,}1; 2{,}9) + (-2{,}6; 3{,}1) = (1{,}5; 6{,}0)$ N

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{1{,}5^2 + 6{,}0^2} = 6{,}2\ \text{N}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{6{,}0}{1{,}5} = 4 \Rightarrow \gamma = 76°$$

Como forma 76° con la horizontal y $\vec{F}_1$ forma 35° con la horizontal, la resultante forma 41° con $\vec{F}_1$.

De la misma manera, deducimos que forma –54° = 306° con $\vec{F}_2$.

Solución gráfica no incluida.

Actividades de refuerzo pág. 257

1. Si eres un jugador o jugadora de rugby que tienes que contener e impedir el avance de un jugador del equipo contrario, ¿a quién prefieres defender: a un jugador de 50 kg que es capaz de correr a 8 m/s o a otro que tiene de masa 90 kg y se puede desplazar a 4 m/s?

Solución:

El primer jugador es capaz de llegar a tener una cantidad de movimiento:

$p_1 = m_1 v_1 = 50\ \text{kg} \cdot 8\ \text{m s}^{-1} = 400\ \text{kg m s}^{-1}$.

El segundo puede conseguir:

$p_2 = m_2 v_2 = 90\ \text{kg} \cdot 4\ \text{m s}^{-1} = 360\ \text{kg m s}^{-1}$.

Es capaz de hacer más efecto el primero, por lo que es mejor cubrir al segundo.

2. De los siguientes apartados elige aquellos que representen algo con cantidad de movimiento.

a) **Un rayo de luz.**

b) **Un mosquito volando.**

c) **Un helicóptero a 10 m de altura rescatando a un náufrago.**

d) **El ladrido de un perro que oímos.**

e) **Un camión parado en un aparcamiento.**

f) **La Luna.**

Solución:

Sólo el mosquito y la Luna, puesto que son los dos únicos que tienen masa y velocidad. El rayo y el ladrido (salvo los pequeños movimientos oscilantes de las partículas de aire) carecen de masa, aunque tienen velocidad; el helicóptero y el camión tienen masa pero carecen de velocidad.

Actividad de refuerzo pág. 258

Calcula la fuerza que se ejerce sobre un objeto de masa 4 kg sobre el que impacta otro de 3 kg de masa que se movía a 10 m/s, si en los 0,2 s que dura el choque el segundo se queda totalmente parado. Calcula la aceleración con la que se mueve el primer objeto durante el choque.

Solución:

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\,\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{3\ \text{kg} \cdot \left(0 - 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0{,}2\ \text{s}} = -150\ \text{N}$$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-150\ \text{N}}{4\ \text{kg}} = -37\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Actividades de ampliación pág. 260

1. Sobre dos cuerpos ejercemos la misma fuerza durante el mismo tiempo y observamos que uno de ellos termina moviéndose con el triple de velocidad que el otro. Si sabemos que la masa conjunta de los dos es 8,4 kg, calcula cuál es la masa de cada uno.

Si la fuerza que actúa sobre ellos lo hace durante 2,3 s, ¿cuál es su valor si el objeto más rápido ha recorrido 18 m en los 3 s después de que deje de actuar la fuerza?

Solución:

$$F = m_1\, a_1; \quad a_1\, t = v_{1f} - v_{10} = v_{1f}$$

de donde $F\,t = m_1\, v_{1f}$

de la misma manera, $F\,t = m_2\, v_{2f}$

por lo que $m_1\, v_{1f} = m_2\, v_{2f}$

Como la velocidad de, por ejemplo, el cuerpo 1 es el triple de la del cuerpo 2, la masa del cuerpo 2 es el triple de la de 1.

$$m_1 + m_2 = 4\ m_1 = 8{,}4 \text{ kg} \Rightarrow m_1 = 2{,}1 \text{ kg y } m_2 = 6{,}3 \text{ kg}$$

Como el objeto 1 recorre 18 m en 3 s es porque su velocidad final es 6 m s^{-1}, por lo que

$$F\,t = m_1\,v_{1f} = F \cdot 2{,}3 \text{ s} = 2{,}1 \text{ kg} \cdot 6 \text{ m s}^{-1}$$

de donde $F = 5{,}5$ N

2. Sobre un cuerpo actúan 4 fuerzas: una hacia abajo, el peso; otra hacia arriba, la resistencia que ejerce la superficie inmóvil, rígida e indestructible que está debajo del cuerpo y en contacto con él; otra hacia la derecha, que la ejerce un obrero empujándolo y, finalmente, otra hacia la izquierda, que es la fuerza de rozamiento y que vale la mitad de la anterior. Utilizando sólo los datos que hemos dado, ¿sabrías decir si el cuerpo se mueve? En caso positivo, ¿hacia dónde se mueve el cuerpo?

¿Cuál de todas las fuerzas es la de mayor módulo?

Solución:

Evidentemente, se mueve. Las fuerzas verticales se anulan, puesto que la superficie es indestructible y no lo deja pasar a su través. La fuerza que ejerce ésta no puede ser mayor porque entonces el cuerpo iría para arriba, cosa que sin fuerza externa no es posible. Como la que hace el obrero es el doble que la de rozamiento, hay una componente neta hacia la derecha que provoca el movimiento del cuerpo en ese sentido, o sea, hacia la derecha.

No podemos decir qué fuerza es más grande. Sólo podemos afirmar que P y N son iguales y que F es el doble que F_{roz}.

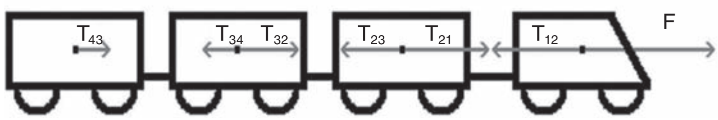
Actividad de refuerzo pág. 262

Un tren de carga está formado por una máquina, de masa 22 000 kg, y tres vagones, de masas 25 000, 12 000 y 32 000 kg, respectivamente. Si la máquina ejerce una fuerza de 150 000 N, calcula la aceleración a la que se mueve el conjunto y las tensiones entre cada elemento del tren. Dibuja previamente el tren con las fuerzas que actúan y explica lo que sucede.

Solución:

Cuando la máquina se pone en marcha por efecto de la fuerza, no puede moverse sin mover al primer vagón, por lo que tira de él con una fuerza de acción T_{21}, a lo que éste responde con una fuerza de reacción T_{12} que retiene a la máquina.

El primer vagón, al intentar moverse por efecto de la fuerza T_{21}, se ve afectado por el hecho de que el segundo vagón está unido a él, por lo que, para moverse, ha de tirar de él con una fuerza T_{32}, que es respondida con la fuerza T_{23} (igual y de sentido contrario) sobre el primer vagón. El mismo razonamiento se puede seguir con el segundo y el tercero.



Resolviendo el sistema para cada elemento del tren:

Máquina: $F - T_{12} = m_1\,a$

1.^{er} vagón: $T_{21} - T_{23} = m_2\,a$

2.º vagón: $T_{32} - T_{34} = m_3\,a$

3.^{er} vagón: $T_{43} = m_4\,a$

Interactivas: $T_{12} = T_{21}$; $T_{23} = T_{32}$; $T_{34} = T_{43}$

Sumando todo: $F = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\,a$

$150\,000 \text{ N} = 91\,000 \text{ kg} \cdot a \Rightarrow a = 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

De cada ecuación:

$150\,000 \text{ N} - T_{12} = 22\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{12} = 114\,000 \text{ N} = T_{21}$

$114\,000 \text{ N} - T_{23} = 25\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{23} = 73\,000 \text{ N} = T_{32}$

$73\,000 \text{ N} - T_{34} = 12\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{34} = 53\,000 \text{ N} = T_{43}$

Actividades de refuerzo pág. 264

1. Cuatro amigos se sitúan en los cuatro vértices de un cuadrado de lado 1 m. Desde el techo de la habitación cuelga un globo (de masa de plástico despreciable) lleno de agua en la vertical del centro del cuadrado a 3 m de altura.

En un momento, y cuando los cuatro amigos no están mirando, revienta el globo, cayendo todo el agua sobre uno de los cuatro.

Un observador dice que el globo seguía en la vertical del centro sin moverse. ¿Es eso posible?

Solución:

No. Es absolutamente imposible. El globo no puede estar quieto en el centro cuando explota, porque por el Principio de conservación de la cantidad de movimiento, si parte del agua va hacia un lado cayendo sobre uno de los cuatro, otra parte del agua debe caer por el otro lado o repartida entre los otros lados del cuadrado para que se mantenga la ausencia de movimiento inicial del agua. Lo más probable es que el globo se estuviera desplazando hacia el lado del amigo que se ha mojado (o que el observador nos haya gastado una broma y haya movido él el globo hacia ese lado).

2. Calcula la cantidad de movimiento total de un sistema de 4 partículas, situadas en los puntos (1,0), (0,1), (−1,0) y (0,−1) m y de masas $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 4$ kg, $m_3 = 1$ kg y $m_4 = 8$ kg, respectivamente.

Las velocidades a las que se mueven son:

$$\vec{v}_1 = (-2,\ 3),\ \vec{v}_2 = (4,\ -1),\ \vec{v}_3 = (0,\ 2) \text{ y } \vec{v}_4 = (-1,\ -1) \text{ m s}^{-1}$$

Solución:

Las posiciones no se necesitan para nada, salvo para calcular la posición del centro de masas que no hemos pedido. Se trata de ver si los alumnos usan datos innecesarios.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 =$$
$$= 3 \text{ kg} \cdot (-2,\ 3) \text{ m s}^{-1} + 4 \text{ kg} \cdot (4,\ -1) \text{ m s}^{-1} + 1 \text{ kg} \cdot (0,\ 2) \text{ m s}^{-1} +$$
$$+ 8 \text{ kg} \cdot (-1,\ -1) \text{ m s}^{-1} = (2,\ -1) \text{ kg m s}^{-1}$$

Actividad de refuerzo pág. 265

Al simular las condiciones de un accidente entre dos coches, una furgoneta de masa 1200 kg y un utilitario de 950 kg, los agentes de tráfico han logrado determinar que quedaron unidos después del impacto y que se movieron en el sentido hacia donde se dirigía el utilitario a 15 m s^{-1}. Si por los datos del velocímetro estropeado de la furgoneta sabemos que ésta, en el momento del impacto, se movía a 45 km/h, ¿a qué velocidad iba el utilitario?

Solución:

Por el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}\,'_1 + m_2\,\vec{v}\,'_2 =$$

$$= 1\,200 \text{ kg} \cdot 45 \text{ km/h} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} + 950 \text{ kg} \cdot \vec{v}_2 = 1\,200 \text{ kg} \cdot$$

$$\cdot\ (-15 \text{ m/s}) + 950 \text{ kg} \cdot (-15 \text{ m/s}) = -32\,200 \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{-32\,200 \text{ kg m s}^{-1} - 15\,000 \text{ kg m s}^{-1}}{950 \text{ kg}} = 50 \text{ m/s}$$

$$50 \text{ m/s} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1\,000 \text{ m}} = 180 \text{ km/h}$$

Actividad de ampliación pág. 266

Una bala de 20 g sale disparada a 100 m s^{-1} hacia arriba desde un arma y un instante después impacta y se incrusta en una lámpara metálica que cuelga del techo, observándose que la lámpara se eleva 30 cm por efecto del impacto.

Si no hay rozamientos, calcula la masa de la lámpara.

Solución:

Como la lámpara se eleva 30 cm, podemos calcular la velocidad inicial del movimiento, que es de caída libre:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,g\,h \Rightarrow v_0 = \sqrt{v_f^2 - 2\,g\,h}$$

$$v_0 = \sqrt{0 - 2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot 0{,}3 \text{ m}} = 2{,}4 \text{ m s}^{-2}$$

Aplicando el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}\,'_1 + m_2\,\vec{v}\,'_2 =$$

$$= 0{,}020 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m s}^{-1} + M \cdot 0 = 0{,}020 \text{ kg} \cdot 2{,}4 \text{ m s}^{-1} + M \cdot 2{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

$$M = \frac{2 \text{ kg m s}^{-1} - 0{,}048 \text{ kg m s}^{-1}}{2{,}4 \text{ m s}^{-1}} = 0{,}8 \text{ kg}$$

Actividad de ampliación pág. 271

Una pareja de patinadores, uno de ellos de 80 kg, patinan por una pista de hielo yendo juntos a 10 m s^{-1}. Calcula cuál es la masa del segundo patinador, si sabemos que el patinador de 80 kg se queda completamente parado cuando impulsa al otro hasta una velocidad 24 m s^{-1}.

Solución:

Como no hay fuerzas exteriores, se conserva la cantidad de movimiento, por lo que

$$m_1\,v_1 + m_2\,v_2 = m_1\,v_1' + m_2\,v_2'$$

$$(80 \text{ kg} + m_2) \cdot 10 \text{ m s}^{-1} = 0 + m_2 \cdot 24 \text{ m s}^{-1}$$

de donde $m_2 = 57$ kg.

Actividad de refuerzo pág. 272

Calcula el valor de la fuerza de rozamiento que experimenta un cuerpo de masa 4,50 kg cuando se encuentra situado en un plano inclinado 52° sobre la horizontal. Calcula también el valor de la componente del peso que tiene la misma dirección que el plano inclinado.

Dato: $\mu = 0{,}3$

Solución:

La fuerza de rozamiento es igual a:

$$F_r = \mu\,m\,g \cos\alpha = 0{,}3 \cdot 4{,}5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}62 = 8{,}2 \text{ N}$$

$$P_x = m\,g \operatorname{sen}\alpha = 4{,}5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}79 = 35 \text{ N}$$

Actividad de ampliación pág. 273

Un objeto de masa 12 kg desciende con una determinada aceleración cuando el plano está inclinado 30° y con el doble de ésta si el plano se inclina 40°. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano? ¿Hay algún dato innecesario en el problema? ¿Te parece que el problema está bien planteado? ¿Y si cambiamos el segundo ángulo por 33°?

Solución:

Aplicando la Segunda Ley de Newton en los dos casos, y teniendo en cuenta que la F_r tiene sentido contrario a la fuerza P_x:

$\Sigma\, m\,a = P_x - F_r = m\,g \operatorname{sen}\alpha - \mu\,m\,g \cos\alpha = m\,g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$;
$a = g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$; $a' = g\,(\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta) = 2a$

Dividiendo ambas:

$$\frac{2a}{a} = \frac{g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}{g\,(\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta)} = 2 = \frac{\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta}$$

$$2 = \frac{0{,}5 - \mu \cdot 0{,}87}{0{,}64 - \mu \cdot 0{,}77};\ 1{,}28 - 1{,}54\,\mu = 0{,}5 - 0{,}87\,\mu$$

$$0{,}78 = 0{,}67\,\mu \Rightarrow \mu = 0{,}78/0{,}67 = 1{,}16$$

El dato que sobra es el de la masa. No lo hemos usado para nada.

No está bien planteado. Aparte de que valores de μ tan altos son casi imposibles; con ese valor el cuerpo no se movería en ninguno de los dos casos.

$$2 = \frac{0{,}5 - \mu \cdot 0{,}87}{0{,}54 - \mu \cdot 0{,}84};\ 1{,}08 - 1{,}68\,\mu = 0{,}5 - 0{,}87\,\mu$$

$$0{,}58 = 0{,}81\,\mu \Rightarrow \mu = 0{,}58/0{,}81 = 0{,}72$$

Este resultado sí está dentro del margen que sería válido. En ambos casos el cuerpo se mueve y las aceleraciones son el doble la una de la otra.

Actividad de refuerzo pág. 274

Desde lo alto de un plano inclinado 25º se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad inicial de 10 m s^{-1}, observándose que éste se detiene cuando ha recorrido 95 m por el plano. ¿Cómo es posible que se detenga si va hacia abajo? Resuelve el problema si es posible.

Solución:

Si se detiene en 95 m, es que la aceleración vale:

$2\,a\,s = v_f^2 - v_0^2;\ 2 \cdot a \cdot 95\ \text{m} = 0 - (10\ \text{m s}^{-1})^2 \qquad a = -0{,}53\ \text{m s}^{-2}$

Aplicando la Segunda Ley de Newton, y teniendo en cuenta que tanto F_r como P_x tienen sentido opuesto a la velocidad inicial:

$$\Sigma\, m\, a = P_x - F_r = m\, g \text{ sen } \alpha - \mu\, m\, g \cos \alpha = m\, g\, (\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = g\,(\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$\mu = \frac{\text{sen } \alpha - \dfrac{a}{g}}{\cos \alpha} = \frac{0{,}42 - \dfrac{-0{,}53\ \text{m s}^{-2}}{9{,}8\ \text{m s}^{-2}}}{0{,}91} = 0{,}52$$

Se detiene porque la fuerza de rozamiento es mayor en módulo que la componente del peso que «tira» hacia abajo.

Actividad de ampliación pág. 276

Un cuerpo de masa 100 kg que se encuentra en un plano inclinado 40º está colgando de un muelle de constante recuperadora 1,2 · 10^3 N/m. Si el muelle se ha estirado 3 cm, calcula cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano. ¿Cuánto más se estiraría si elimináramos el rozamiento lubricando la superficie de contacto entre cuerpo y plano?

Solución:

Aplicando la Segunda Ley de Newton y teniendo en cuenta que tanto F_r como F_e tienen sentido opuesto a P_x y la equilibran, puesto que el cuerpo está en reposo:

$$\Sigma\, m\, a = P_x - F_r - F_e = 0$$

$$0 = m\, g \text{ sen } \alpha - \mu\, m\, g \cos \alpha - k\, x$$

$$\mu = \frac{m\, g \text{ sen } \alpha - k\, x}{m\, g \cos \alpha} =$$

$$= \frac{10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot 0{,}64 - 1{,}2 \cdot 10^3\ \text{N m}^{-1} \cdot 0{,}03\ \text{m}}{10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot 0{,}77} = 0{,}35$$

$$\Sigma\, m\, a = P_x - F_e = 0 = m\, g \text{ sen } \alpha - k\, x$$

$$x = \frac{m\, g \text{ sen } \alpha}{k} = \frac{10\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot 0{,}64}{1{,}2 \cdot 10^3\ \text{N m}^{-1}} = 0{,}053\ \text{m} = 5{,}3\ \text{cm}$$

Actividad de ampliación pág. 278

Queremos construir una curva de radio 30 m lo más segura posible. Para ello, sabemos que el coeficiente de rozamiento lateral de los neumáticos con el asfalto es de 0,5. Sabiendo que a veces han de permanecer parados los coches en la curva, ¿qué ángulo de peralte nos permite más margen de paso de velocidad? ¿Cuál es la mayor velocidad segura en la curva?

Solución:

Para que un coche no deslice hacia abajo debe cumplirse que

$$\Sigma\, m\, a = P_x - F_r = 0 = m\, g \text{ sen } \alpha - \mu\, m\, g \cos \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = \mu = 0{,}5 \ \Rightarrow\ \alpha = 26{,}5°$$

A más velocidad se pasa mejor la curva, puesto que N va aumentando y la fuerza de rozamiento sólo tiene que compensar parte.

A gran velocidad el coche se saldrá de la curva cuando la fuerza centrípeta sea menor de la teórica ($m\, v^2/R$) necesaria para dar la curva.

Dibujando las fuerzas implicadas, en ese momento se cumple que

$$v > \sqrt{R\, g\, \frac{\mu \cos \alpha + \text{sen } \alpha}{\cos \alpha - \text{sen } \alpha}} = \sqrt{30\ \text{m} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot \frac{0{,}5 \cdot 0{,}89 + 0{,}45}{0{,}89 - 0{,}5 \cdot 0{,}45}} =$$

$$= 20\ \text{m s}^{-1}\text{; unos } 72\ \text{km/h}$$

Hemos tenido en cuenta que el peso ($m\, g$) y la componente vertical de la fuerza de rozamiento ($\mu\, N$ sen α) —que ahora va dirigida hacia abajo del plano inclinado— son iguales a la componente vertical y hacia arriba de la normal ($N \cos \alpha$), por lo que la normal vale

$$N = \frac{m\, g}{\cos \alpha - \mu \text{ sen } \alpha}$$

Y las componentes horizontales de la fuerza de rozamiento ($\mu\, N \cos \alpha$) y de la normal (N sen α) sumadas han de ser menores que la fuerza centrípeta necesaria para tomar la curva sin salirse ($m\, v^2/R$), por lo que se obtiene la fórmula de la velocidad planteada arriba.

Actividades de refuerzo pág. 279

1. Teniendo en cuenta los datos del Ejemplo 19, calcula la tensión que soporta la cuerda en los puntos donde ésta se encuentra en posición horizontal. ¿Con qué fuerza se anula el peso en este caso?

Solución:

En este caso toda la fuerza centrípeta es debida nada más que a la tensión, puesto que sólo actúan dos fuerzas: ésta y el peso. Por lo tanto la tensión es igual a:

$$T = m\, v^2/R = 0{,}03\ \text{kg} \cdot (3{,}14\ \text{m s}^{-1})^2/0{,}5\ \text{m} = 0{,}59\ \text{N}.$$

La fuerza peso no se puede anular con ninguna otra, ya que no hay interacción vertical con nada y no existe ninguna otra fuerza. Cuando el objeto esté subiendo, creará una aceleración hacia abajo que lo ralentizará y cuando esté bajando lo acelerará, puesto que también va dirigida hacia abajo.

2. Calcula el ángulo que forma con la vertical cada uno de los asientos que cuelgan del techo de un tiovivo que se mueve a una velocidad de 0,2 vueltas cada segundo, si se encuentran a 5 m del centro del tiovivo.

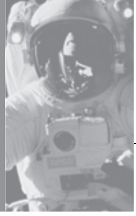
La suma de la tensión que producen los cables de los que cuelga el asiento y el peso del cuerpo tiene que dar una componente horizontal, que es la fuerza centrípeta, por lo que:

$$T \cos \alpha = m\, g \quad \text{y} \quad T \text{ sen } \alpha = m\, v^2/R$$

$$g \text{ tg } \alpha = v^2/R \quad \text{ y como } v = \omega\, R$$

$$\text{tg } \alpha = \omega^2\, R/g = (0{,}2\pi\ \text{rad s}^{-1})^2 \cdot 5\ \text{m rad}^{-1}/9{,}8\ \text{m s}^{-2} = 0{,}20$$

$$\alpha = 11°\ 20'$$



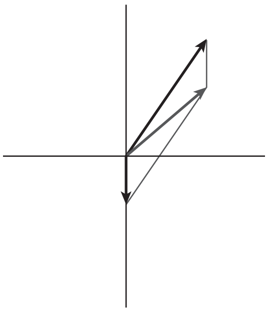
Evaluación

1. Calcula las componentes de una fuerza de 75 N que forma un ángulo de 55º con la horizontal. Súmala, gráfica y analíticamente, con una fuerza de 20 N vertical hacia abajo. ¿Qué ángulo forma la resultante con la horizontal?

Solución:

Las componentes son: $F_x = F \cos \alpha =$
$= 75\ \text{N} \cdot \cos 55° = 43\ \text{N}$

$F_y = F\ \text{sen}\ \alpha = 75\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 55° =$
$= 61{,}4\ \text{N}$



Se trata de sumar la fuerza (43, 61,4) N con la fuerza (0, –20) N, por lo que la resultante vale (43, 41,4) N, cuyo módulo es

$$R = \sqrt{(43\ \text{N})^2 + (41{,}4\ \text{N})^2} = 59{,}7\ \text{N}$$

y que forma un ángulo α:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{41{,}4\ \text{N}}{43\ \text{N}} = 0{,}96 \iff \beta = \text{arc tg}\ 0{,}96 = 43°\ 54'$$

2. Dos bolas, una de ellas de 500 g de masa, se dirigen una contra otra a 12 m s^{-1} cada una. Al chocar, ambas salen repelidas hacia atrás. La de 500 g se mueve ahora con una velocidad de 10 m s^{-1}, mientras que la otra lo hace a 15 m s^{-1}. Calcula la masa de la bola de masa desconocida. Si el tiempo de contacto ha sido 0,02 s, ¿cuál es el valor de la fuerza que cada una ha ejercido sobre la otra?

Solución:

Aplicando el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$P_0 = P_f \iff m_1\, v_1 + m_2\, v_2 = m_1\, v_1' + m_2\, v_2'$$

$$m_1 \cdot 12\ \text{m s}^{-1} + 0{,}5\ \text{kg} \cdot (-12\ \text{m s}^{-1}) =$$
$$= m_1 \cdot (-15\ \text{m s}^{-1}) + 0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m s}^{-1}$$

de donde $12\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 - 6\ \text{kg m s}^{-1} = -15\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 + 5\ \text{kg m s}^{-1}$

$$27\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 = 11\ \text{kg m s}^{-1}; \quad m_1 = \frac{11\ \text{kg m s}^{-1}}{27\ \text{m s}^{-1}} = 0{,}41\ \text{kg}$$

Como la cantidad de movimiento que pierde o gana cada bola es debida al impulso:

$$F \cdot \Delta t = \Delta P = \Delta(m\, v) = m_2\, v_2' - m_2\, v_2 =$$
$$= 0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m s}^{-1} - 0{,}5\ \text{kg} \cdot (-12\ \text{m s}^{-1}) = 11\ \text{kg m s}^{-1}$$

Por lo tanto, la fuerza vale $F = \dfrac{11\ \text{kg m s}^{-1}}{0{,}2\ \text{s}} = 550\ \text{N}$

3> Calcula la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre la Luna. ¿Y la que ejerce la Luna sobre la Tierra?

***Datos:* G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2}; M_T = 5,98 · 10^{24} kg; M_L = 7,36 · 10^{22} kg; R_{TL} = 3,84 · 10^5 km.**

Solución:

$$F = G\, \frac{M_T\, M_L}{R_{TL}^2} =$$
$$= 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 7{,}36 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \text{m})^2} =$$
$$= 2{,}00 \cdot 10^{20}\ \text{N}$$

Exactamente la misma; son fuerzas de acción y reacción.

4> Calcula la aceleración con la que desciende un cuerpo de masa 4 kg, por un plano inclinado 40º, sabiendo que el coeficiente de rozamiento es 0,35. ¿Cuál es el ángulo mínimo que debe tener el plano para que descienda?

***Dato:* g_0 = 9,80 m s^{-2}.**

Solución:

Sobre el cuerpo, una vez eliminadas las fuerzas que se anulan entre sí, actúan dos fuerzas en la dirección del movimiento: en el sentido de éste, la componente del peso $P_x = m\, g\ \text{sen}\ \alpha$, y en sentido contrario, la fuerza de rozamiento $F_{roz} = \mu\, m\, g \cos \alpha$. Aplicando la Segunda ley de Newton,

$$\Sigma F = m\, a = m\, g\ \text{sen}\ \alpha - \mu\, m\, g \cos \alpha$$

$$a = g\, (\text{sen}\ \alpha - \mu \cos \alpha) = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\text{sen}\ 40° - 0{,}35 \cdot \cos 40°) =$$
$$= 3{,}67\ \text{m/s}^2$$

La condición de movimiento se cumple cuando P_x es mayor que F_{roz}, por lo que se tiene que cumplir que

$$\Sigma F = m\, a = m\, g\ \text{sen}\ \alpha - \mu\, m\, g \cos \alpha > 0 \iff$$
$$\iff m\, g\ \text{sen}\ \alpha > \mu\, m\, g \cos \alpha \iff \text{sen}\ \alpha > \mu\, m\, g \cos \alpha$$
$$\text{tg}\ \alpha > \mu \iff \text{tg}\ \alpha > 0{,}35 \iff \alpha > \text{arc tg}\ 0{,}35 \iff \alpha > 19°\ 17'$$

5> Hacemos girar una piedra, de masa 0,3 kg, sujeta con una honda de longitud 1 m, en una circunferencia vertical, y cuando se encuentra en el punto más bajo del recorrido y ha alcanzado una velocidad de 10 m s^{-1}, la honda se rompe. ¿Cuál era la tensión máxima que podía soportar la honda?

***Dato:* g_0 = 9,80 m s^{-2}.**

Solución:

En el punto más bajo del recorrido, la fuerza centrípeta actúa hacia arriba y es la suma de la tensión creada por la cuerda (que va hacia arriba) y el peso (que va hacia abajo). Por tanto, y aplicando la Segunda ley de Newton:

$$F_c = \Sigma F = m\, a_c = m \frac{v^2}{R} = T - P = T - m\, g \iff$$

$$\iff T = m \frac{v^2}{R} + m\, g = m \left(\frac{v^2}{R} + g \right)$$

$$T = 0{,}3\ \text{kg} \cdot \left(\frac{(10\ \text{m s}^{-1})^2}{1\ \text{m}} + 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \right) = 32{,}9\ \text{N}$$