

11. Triángulos

1. CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

PIENSA Y CALCULA

Justifica si se pueden dibujar los siguientes triángulos conociendo los datos:

- Tres lados cuyas longitudes son 1 cm, 2 cm y 3 cm
- Un lado de 8 cm y dos ángulos que están junto a él, de 60° y 120°

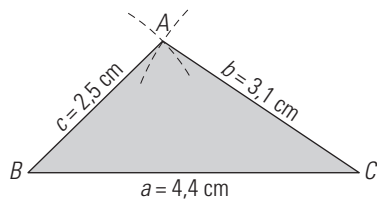
- No, porque la suma de 1 y 2 no es mayor que 3
- No, porque los dos ángulos suman 180°

CARNÉ CALCULISTA

925,67 : 6,04 | $C = 153,25$; $R = 0,04$

APLICA LA TEORÍA

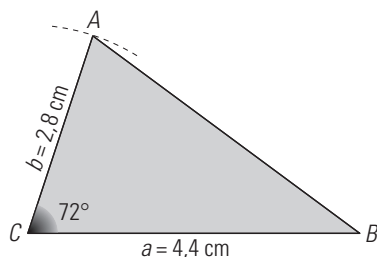
- Dibuja un triángulo cuyos lados midan $a = 4,4$ cm, $b = 3,1$ cm y $c = 2,5$ cm



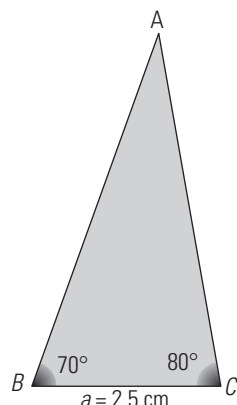
- ¿Es posible dibujar un triángulo cuyos lados sean 12 cm, 4 cm y 6 cm? Justifica tu respuesta.

No, porque la suma de los dos lados menores no es mayor que el lado mayor.

- Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 4,4$ cm y $b = 2,8$ cm y el ángulo comprendido entre ellos $C = 72^\circ$



- Dibuja un triángulo con dos ángulos conocidos $B = 70^\circ$, $C = 80^\circ$ y el lado $a = 2,5$ cm



- ¿Es posible dibujar un triángulo con los ángulos $A = 120^\circ$ y $C = 70^\circ$ y el lado $b = 5$ cm? Justifica tu respuesta.

No, porque la suma de dos ángulos es mayor de 180°

- Si tienes dos triángulos isósceles que son rectángulos, ¿puedes decir que son iguales? Justifica tu respuesta.

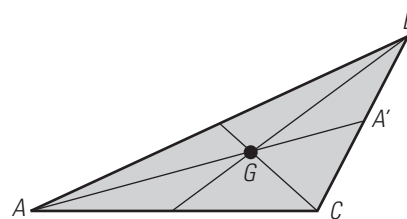
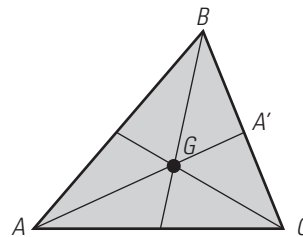
No.

Las longitudes de los lados pueden ser distintas siendo iguales los ángulos.

2. MEDIANAS Y ALTURAS DE UN TRIÁNGULO

PIENSA Y CALCULA

Mide los segmentos AG y GA' en los triángulos de la figura. Expresa la relación que existe entre ellos.



1.º triángulo:

$AG = 2$ cm, $GA' = 1$ cm

2.º triángulo:

$AG = 3$ cm, $GA' = 1,5$ cm

AG es el doble de GA'

También se cumple que:

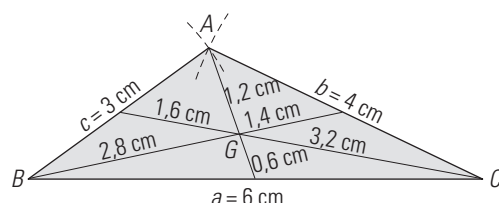
$AG = 2/3$ de AA' y $GA' = 1/3$ de AA'

CARNÉ CALCULISTA

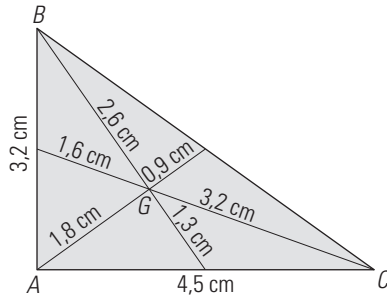
$$\frac{3}{4} - \frac{7}{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right) = \frac{47}{12}$$

APLICA LA TEORÍA

- Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 6$ cm, $b = 4$ cm y $c = 3$ cm. Dibuja en él las tres medianas y señala el baricentro. Comprueba midiendo que el baricentro divide a las medianas en dos segmentos y que uno es el doble del otro.

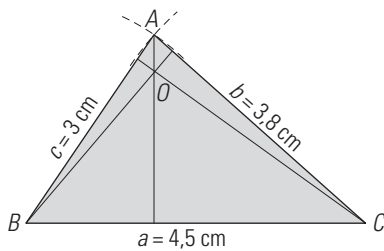


8. Dibuja un triángulo rectángulo de catetos 3,2 cm y 4,5 cm y en él las medianas y el baricentro. Mide los segmentos de cada mediana. ¿Qué deduces?

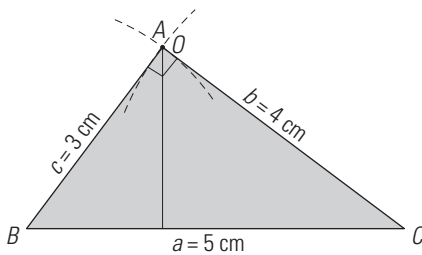


Cada segmento grande es el doble del pequeño.

9. Construye un triángulo de lados 4,5 cm, 3,8 cm y 3 cm. Dibuja las alturas y señala el ortocentro.



10. Construye un triángulo de lados 5 cm, 4 cm y 3 cm, y dibuja sus alturas. Señala el ortocentro y estudia su posición.

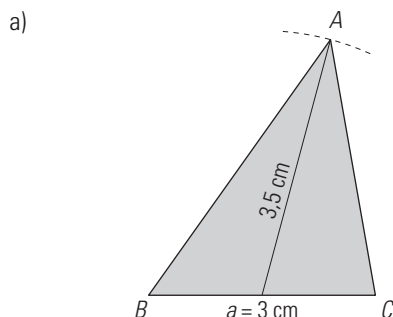


El ortocentro coincide con el vértice A, por tanto, el triángulo es rectángulo en A

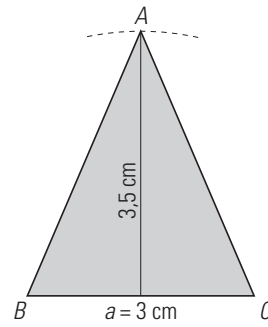
11. De un triángulo se sabe que el lado a mide 3 cm y que la mediana que va desde el vértice A al lado a mide 3,5 cm. Con estas condiciones dibuja un triángulo:

- a) Acutángulo.
b) Isósceles.
c) Obtusángulo.

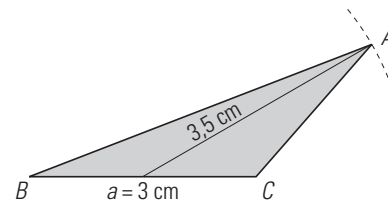
Hay distintas soluciones. Por ejemplo:



b)



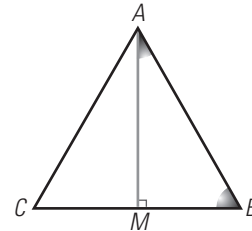
c)



3. MEDIATRICES Y BISECTRICES DE UN TRIÁNGULO

PIENSA Y CALCULA

El triángulo de la figura es equilátero. ¿Cómo se llama el segmento AM ? ¿Cuánto miden los ángulos dibujados?



Es la mediatriz que coincide con la altura, la mediana y la bisectriz del ángulo A

$$A/2 = 30^\circ$$

$$B = 60^\circ$$

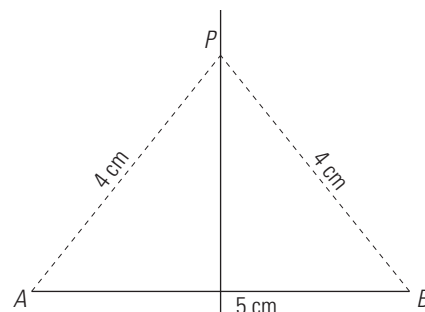
$$M = 90^\circ$$

CARNÉ CALCULISTA

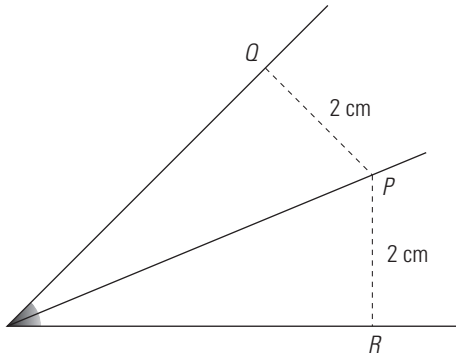
$$720\,000 : 190 \mid C = 3\,789; R = 90$$

APLICA LA TEORÍA

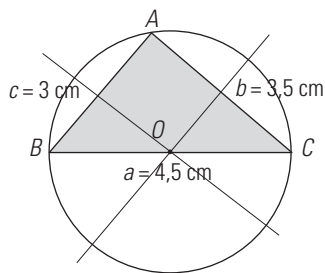
12. Dibuja un segmento de 5 cm de longitud y traza su mediatriz. Comprueba midiendo que un punto de la mediatriz equidista de los extremos del segmento.



13. Dibuja un ángulo agudo y traza su bisectriz. Comprueba midiendo que un punto de la bisectriz equidista de los lados del ángulo.



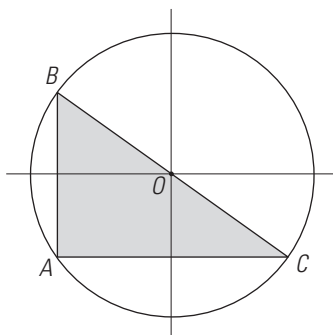
14. Dibuja un triángulo de lados 4,5 cm, 3,5 cm y 3 cm. Dibuja el circuncentro y la circunferencia circunscrita.



15. ¿Cuál es el número mínimo de mediatrices que hay que trazar para hallar el circuncentro?

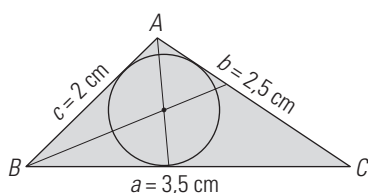
Dos.

16. Dibuja un triángulo rectángulo y su circunferencia circunscrita. ¿Dónde está el circuncentro?

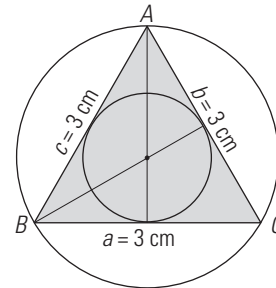


El circuncentro está en el punto medio de la hipotenusa.

17. Construye un triángulo cuyos lados midan 3,5 cm, 2,5 cm y 2 cm. Dibuja el incentro y la circunferencia inscrita.

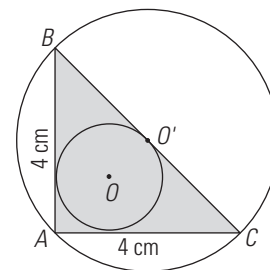


18. Dibuja un triángulo equilátero. ¿Cómo son las bisectrices y las mediatrices? Dibuja la circunferencia circunscrita y la inscrita.



Coinciden las bisectrices con las mediatrices.

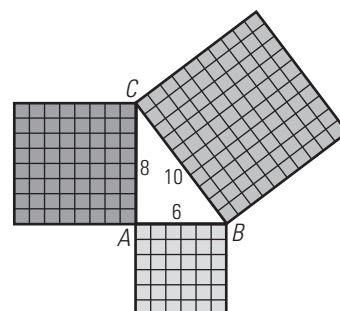
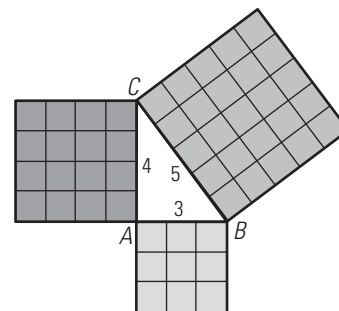
19. Dibuja un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 4 cm. Dibuja las circunferencias inscrita y circunscrita.



4. TEOREMA DE PITÁGORAS

PIENSA Y CALCULA

Cuenta los cuadraditos y expresa la relación que existe entre los lados de cada triángulo rectángulo.



$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$10^2 = 6^2 + 8^2$$

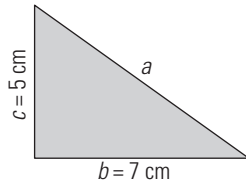
$$a^2 = b^2 + c^2$$

CARNÉ CALCULISTA

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{22}{15}$$

APLICA LA TEORÍA

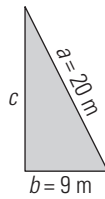
20. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 cm y 7 cm



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 7^2 + 5^2 \Rightarrow a^2 = 74$$

$$a = \sqrt{74} = 8,6 \text{ cm}$$

21. Halla la longitud de un cateto de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 20 m y el otro cateto 9 m



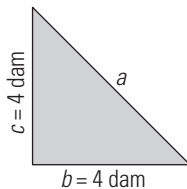
$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 9^2 + c^2 = 20^2 \Rightarrow c^2 = 319$$

$$c = \sqrt{319} = 17,86 \text{ m}$$

22. Comprueba cuáles de las siguientes ternas de longitudes forman triángulo rectángulo:

- a) 3 cm, 4 cm y 5 cm
 b) 6 m, 8 m y 10 m
 c) 9 dam, 12 dam y 15 dam
 d) 5 mm, 6 mm y 7 mm
- a) $3^2 + 4^2 = 5^2 \Rightarrow \text{Sí.}$
 b) $6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow \text{Sí.}$
 c) $9^2 + 12^2 = 15^2 \Rightarrow \text{Sí.}$
 d) $5^2 + 6^2 \neq 7^2 \Rightarrow \text{No.}$

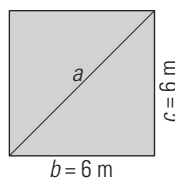
23. En un triángulo rectángulo isósceles, calcula la longitud de la hipotenusa si los catetos miden 4 dam



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 4^2 + 4^2 \Rightarrow a^2 = 32$$

$$a = \sqrt{32} = 5,66 \text{ dam}$$

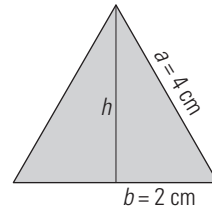
24. Halla la diagonal de un cuadrado de lado 6 m



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 6^2 \Rightarrow a^2 = 72$$

$$a = \sqrt{72} = 8,49 \text{ m}$$

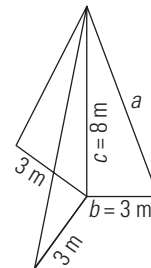
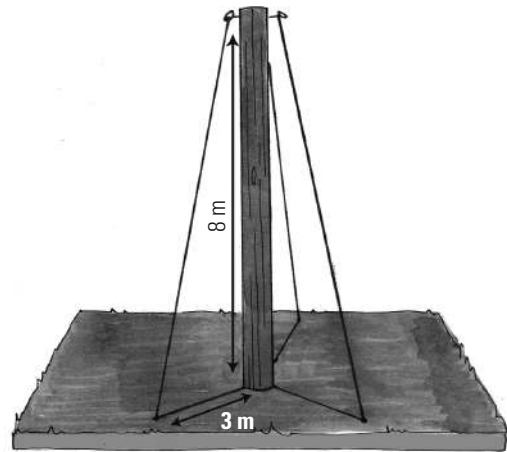
25. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 4 cm de lado.



$$h^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow h^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow h^2 = 12$$

$$h = \sqrt{12} = 3,46 \text{ cm}$$

26. Un poste de madera tiene 8 m de altura y se quiere sujetar con tres cables que van desde el extremo superior a un punto del suelo que dista de la base del poste 3 m. ¿Qué longitud de cable se necesita?



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 8^2 + 3^2 = 73$$

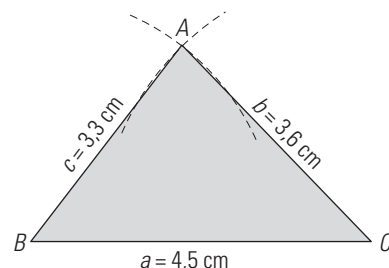
$$a = \sqrt{73} = 8,54 \text{ m}$$

Longitud del cable:
 $3 \cdot 8,54 = 25,62 \text{ m}$

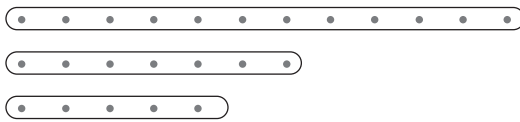
EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. CONSTRUCCIÓN DE TRIÁNGULOS

27. Construye un triángulo cuyos lados midan $a = 45 \text{ mm}$, $b = 36 \text{ mm}$ y $c = 33 \text{ mm}$



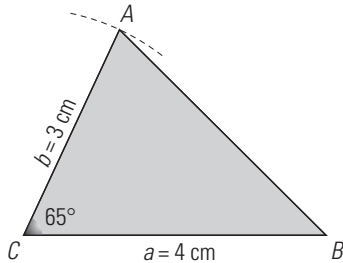
28. Nos han dado las siguientes tablillas para formar un triángulo. ¿Puedes hacerlo?



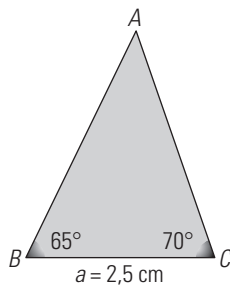
$$6 + 4 < 11$$

No. La suma de las longitudes de las varillas pequeñas es menor que la longitud de la grande.

29. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 4$ cm y $b = 3$ cm y el ángulo comprendido entre ellos $C = 65^\circ$



30. Dibuja un triángulo con dos ángulos conocidos, $B = 65^\circ$, $C = 70^\circ$, y el lado $a = 2,5$ cm. ¿De qué tipo es el triángulo?



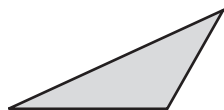
Es un triángulo acutángulo.

31. ¿Son iguales dos triángulos que tienen iguales sus ángulos? Justifica tu respuesta.



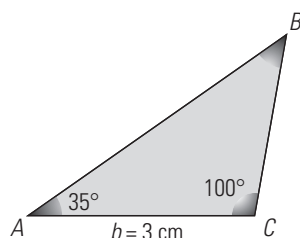
No, pueden tener distinto tamaño.

32. Construye un triángulo como el de la figura utilizando el transportador y la regla.



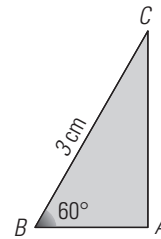
Los alumnos deben realizar el dibujo del libro.

33. Construye un triángulo con los ángulos $A = 35^\circ$ y $C = 100^\circ$ y el lado $b = 3$ cm. ¿De qué tipo es el triángulo?



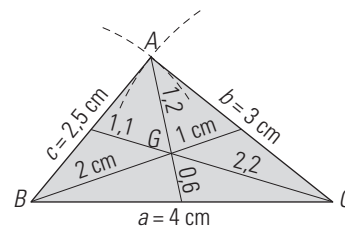
Es un triángulo obtusángulo.

34. Dibuja un triángulo rectángulo que tenga una hipotenusa de 3 cm y un ángulo de 60°



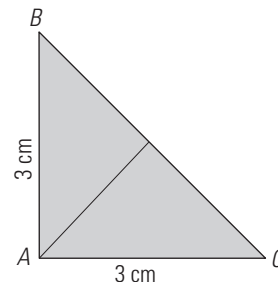
2. MEDIANAS Y ALTURAS DE UN TRIÁNGULO

35. Construye un triángulo cuyos lados midan: $a = 4$ cm, $b = 3$ cm y $c = 2,5$ cm. Dibuja en él las tres medianas y señala el baricentro. Comprueba midiendo que el baricentro divide a las medianas en dos segmentos y uno es el doble del otro.

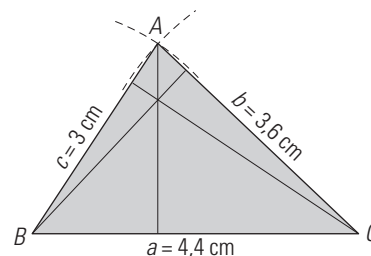


36. Construye un triángulo rectángulo de forma que la altura sobre la hipotenusa coincida con la mediana.

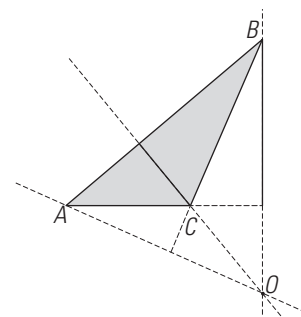
El triángulo tiene que ser rectángulo e isósceles. Por ejemplo:



37. Construye un triángulo de lados 44 mm, 36 mm y 30 mm, y dibuja las tres alturas.

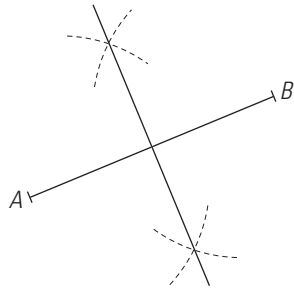


38. Dibuja un triángulo obtusángulo y las tres alturas. Señala el ortocentro.

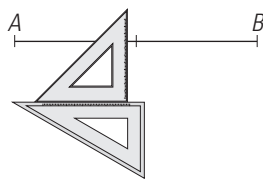


3. MEDIATRICES Y BISECTRICES DE UN TRIÁNGULO

39. Dibuja un segmento de 3,5 cm y traza su mediatriz con regla y compás.

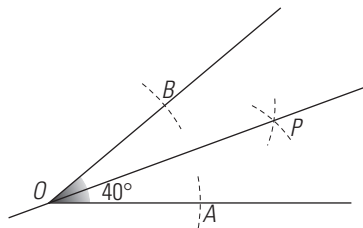


40. Dibuja un segmento de 3,2 cm y traza su mediatriz usando solo las reglas.

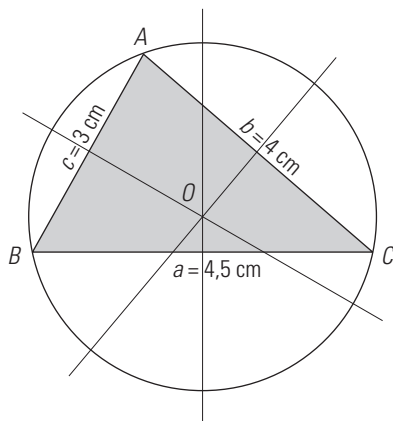


- a) Se halla el punto medio del segmento midiendo con la regla.
- b) Con ayuda de una es-cuadra y un cartabón se traza la perpendicular.

41. Dibuja un ángulo agudo de 40° y traza su bisectriz con regla y compás.



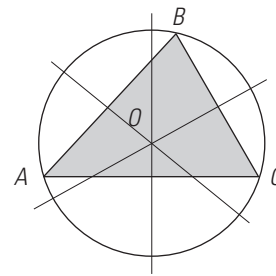
42. Construye el triángulo de lados 3 cm, 4 cm y 4,5 cm y dibuja las mediatrices y la circunferencia circunscrita.



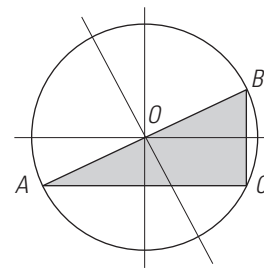
43. Dibuja un triángulo, señala dónde está el circuncentro y dibuja la circunferencia circunscrita en los siguientes casos:

- a) Acutángulo
- b) Rectángulo
- c) Obtusángulo.

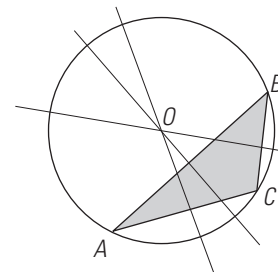
a) Interior.



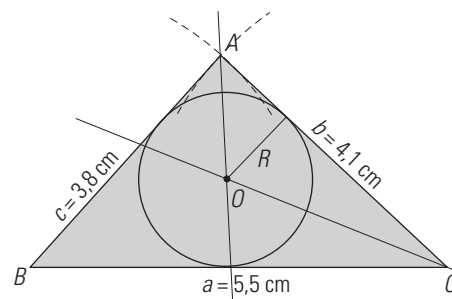
b) Punto medio de la hipotenusa.



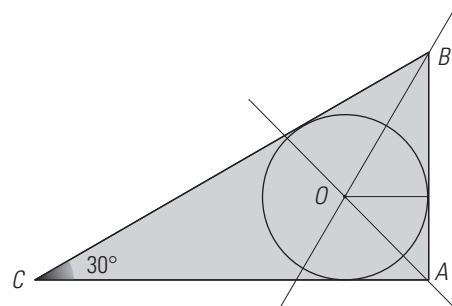
c) Exterior.



44. Construye un triángulo cuyos lados midan 55 mm, 41 mm y 38 mm. Dibuja el incentro y la circunferencia inscrita.



45. Dibuja un triángulo rectángulo con un ángulo agudo de 30° . Dibuja la circunferencia inscrita.



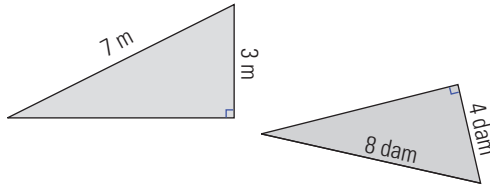
4. TEOREMA DE PITÁGORAS

46. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden:

- a) 6 cm y 8 cm b) 12 mm y 16 mm
c) 5 m y 10 m d) 7 dm y 7 dm

$$\begin{aligned} \text{a) } a^2 &= 6^2 + 8^2 = 100 \Rightarrow a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \\ \text{b) } a^2 &= 12^2 + 16^2 = 400 \Rightarrow a = \sqrt{400} = 20 \text{ mm} \\ \text{c) } a^2 &= 5^2 + 10^2 = 125 \Rightarrow a = \sqrt{125} = 11,18 \text{ m} \\ \text{d) } a^2 &= 7^2 + 7^2 = 98 \Rightarrow a = \sqrt{98} = 9,9 \text{ dm} \end{aligned}$$

47. Halla la longitud de los catetos de los siguientes triángulos:



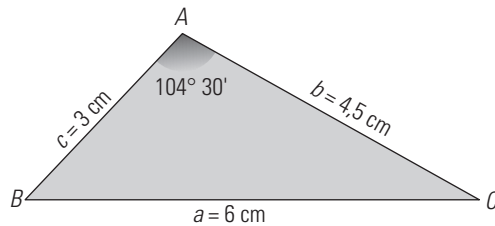
$$\begin{aligned} b^2 + 3^2 &= 7^2 \Rightarrow b^2 = 40 \Rightarrow b = \sqrt{40} = 6,32 \text{ m} \\ b^2 + 4^2 &= 8^2 \Rightarrow b^2 = 48 \Rightarrow b = \sqrt{48} = 6,93 \text{ dm} \end{aligned}$$

48. Comprueba cuáles de las siguientes ternas de longitudes forman un triángulo rectángulo:

- a) 12 cm, 16 cm y 20 cm
b) 6 m, 7 m y 10 m
c) 4 dam, 5 dam y 12 dam
d) 15 mm, 20 mm y 25 mm

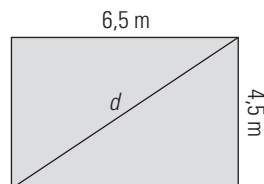
$$\begin{aligned} \text{a) } 12^2 + 16^2 &= 20^2 \Rightarrow \text{Sí.} & \text{b) } 6^2 + 7^2 &\neq 10^2 \Rightarrow \text{No.} \\ \text{c) } 4^2 + 5^2 &\neq 12^2 \Rightarrow \text{No.} & \text{d) } 15^2 + 20^2 &= 25^2 \Rightarrow \text{Sí.} \end{aligned}$$

49. Comprueba que el triángulo de 6 cm, 4,5 cm y 3 cm de lados no es rectángulo, y di si es obtusángulo.



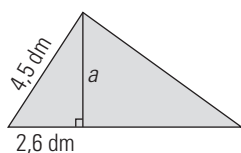
No es rectángulo. Es obtusángulo.

50. Calcula la longitud de la diagonal del rectángulo de la figura:



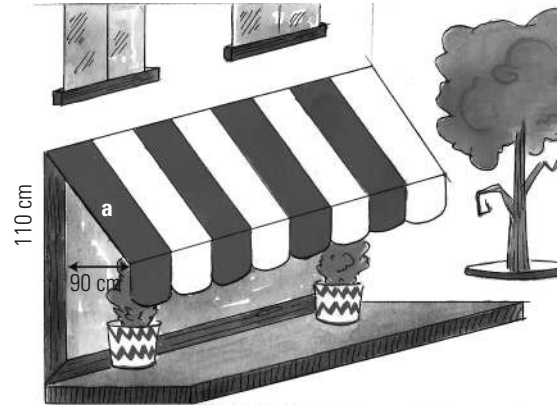
$$d^2 = 4,5^2 + 6,5^2 = 62,5 \Rightarrow d = \sqrt{62,5} = 7,91 \text{ m}$$

51. Calcula la longitud de la altura del triángulo de la figura:



$$a^2 + 2,6^2 = 4,5^2 \Rightarrow a^2 = 13,49 \Rightarrow a = \sqrt{13,49} = 3,67 \text{ m}$$

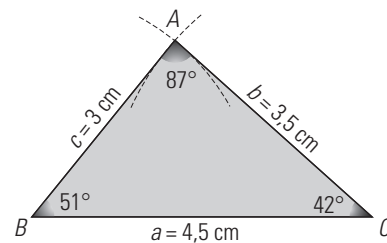
52. Deseamos un toldo como el del dibujo, que sobresalga de la pared 90 cm. Calcula la longitud, a, de la caída del toldo.



$$\begin{aligned} a^2 &= 110^2 + 90^2 = 20\,200 \Rightarrow \\ \Rightarrow a &= \sqrt{20\,200} = 142,13 \text{ cm} = 1,42 \text{ m} \end{aligned}$$

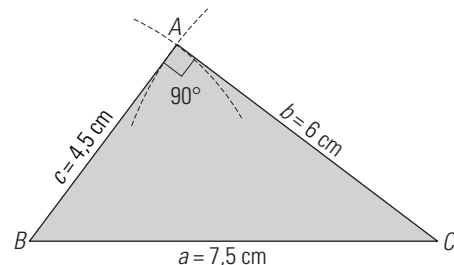
PARA AMPLIAR

53. Construye un triángulo cuyos lados midan 30 mm, 35 mm y 45 mm. Mide sus ángulos con el transportador y di cómo es el triángulo según los ángulos.



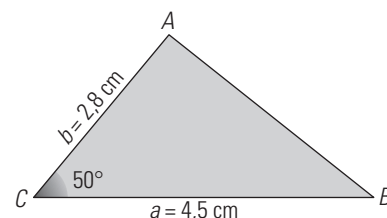
Acutángulo.

54. Los lados de un triángulo miden 4,5 cm, 6 cm y 7,5 cm. Dibújalo y di qué tipo de triángulo es.

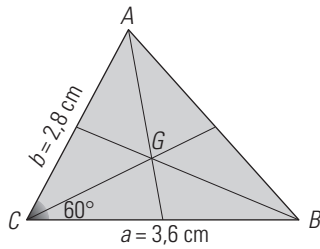


$4,5^2 + 6^2 = 7,5^2$. Rectángulo.

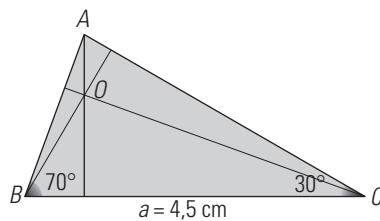
55. Construye un triángulo que tenga un ángulo de 50° y que los lados que lo forman midan 4,5 cm y 2,8 cm



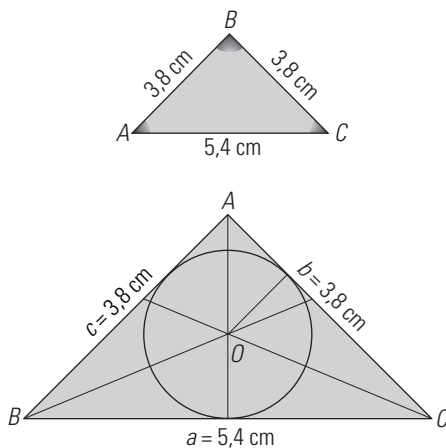
56. Dibuja un triángulo que tenga un ángulo de 60° y los lados que lo forman 3,6 cm y 2,8 cm. Traza las medianas y señala el baricentro.



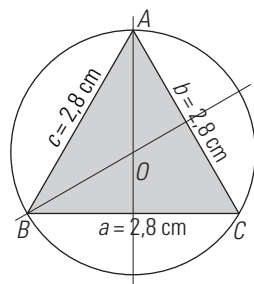
57. Construye un triángulo de lado $a = 4,5$ cm y los ángulos $B = 30^\circ$ y $C = 70^\circ$. Traza las alturas y señala el ortocentro.



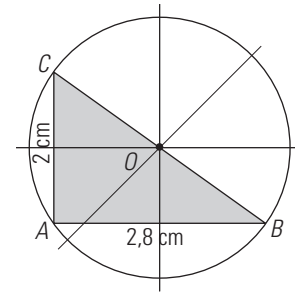
58. En el triángulo de la figura dibuja las bisectrices y la circunferencia inscrita.



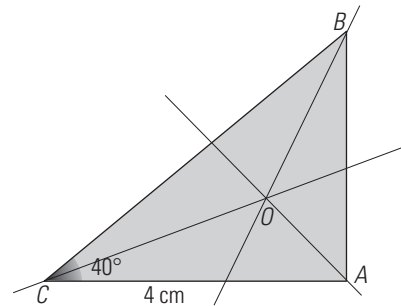
59. Construye un triángulo equilátero de 2,8 cm de lado. Traza las mediatrices y dibuja la circunferencia circunscrita.



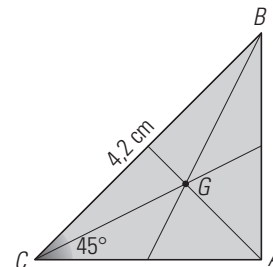
60. Dibuja un triángulo rectángulo cuyos catetos midan 2,8 cm y 2 cm. Dibuja la circunferencia circunscrita.



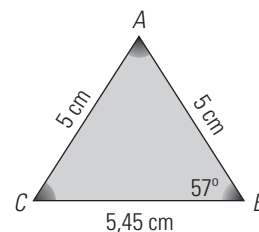
61. Construye un triángulo rectángulo que tenga un cateto que mida 4 cm, y un ángulo agudo de 40° . Dibuja las bisectrices.



62. Construye un triángulo rectángulo que tenga una hipotenusa de 4,2 cm y un ángulo agudo de 45° . Dibuja las medianas y señala el baricentro.

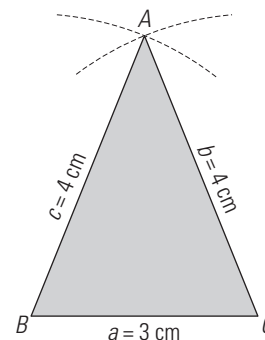


63. ¿Cuánto mide el ángulo A en el dibujo?

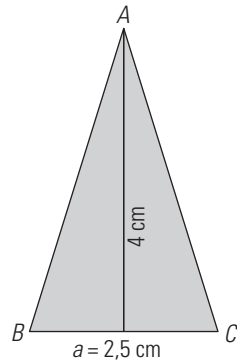


$$A = 180^\circ - 2 \cdot 57^\circ = 66^\circ$$

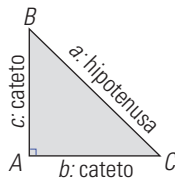
64. Construye un triángulo isósceles de 3 cm de lado desigual y 4 cm de lados iguales.



65. Dibuja un triángulo isósceles de lado desigual $a = 2,5$ cm y altura sobre el lado a de 4 cm



66. Calcula en cada caso el lado que falta:



- a) $b = 10$ dm y $c = 6$ dm b) $b = 12$ cm y $c = 16$ cm
c) $a = 30$ dam y $c = 20$ dam d) $a = 10$ m y $b = 8$ m

- a) $a^2 = 10^2 + 6^2 = 136 \Rightarrow a = \sqrt{136} = 11,66$ dm
b) $a^2 = 12^2 + 16^2 = 400 \Rightarrow a = \sqrt{400} = 20$ cm
c) $b^2 + 20^2 = 30^2 \Rightarrow b^2 = 500 \Rightarrow b = \sqrt{500} = 22,36$ dam
d) $8^2 + c^2 = 10^2 \Rightarrow c^2 = 36 \Rightarrow c = \sqrt{36} = 6$ m

67. Calcula la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles sabiendo que el valor del cateto es:

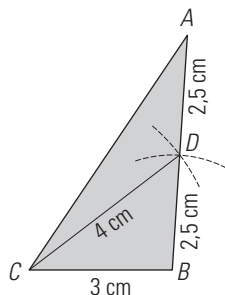
- a) 3 m b) 5 dm c) 4,5 cm d) 12 mm

- a) $a^2 = 3^2 + 3^2 = 18 \Rightarrow a = \sqrt{18} = 4,24$ m
b) $a^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \Rightarrow a = \sqrt{50} = 7,07$ dm
c) $a^2 = 4,5^2 + 4,5^2 = 40,5 \Rightarrow a = \sqrt{40,5} = 6,36$ cm
d) $a^2 = 12^2 + 12^2 = 288 \Rightarrow a = \sqrt{288} = 16,97$ mm

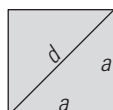
PROBLEMAS

68. Construye un triángulo del que conocemos el lado $c = 5$ cm, el lado $a = 3$ cm y la mediana que va desde el vértice C al lado c , que mide 4 cm

Primero se dibuja el triángulo BCD y después se completa.

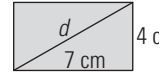


69. El perímetro de un cuadrado mide 28 m. ¿Cuánto mide la diagonal?



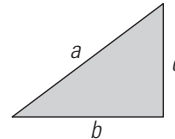
Lado: $a = 28 : 4 = 7$ m
 $d^2 = 7^2 + 7^2 = 98 \Rightarrow d = \sqrt{98} = 9,9$ m

70. En un rectángulo de lados 4 cm y 7 cm, calcula la longitud de la diagonal.



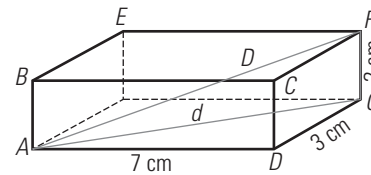
$$d^2 = 4^2 + 7^2 = 65 \Rightarrow d = \sqrt{65} = 8,06 \text{ cm}$$

71. Halla mentalmente los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son números enteros consecutivos menores que 7



$$c = 3, b = 4, a = 5$$

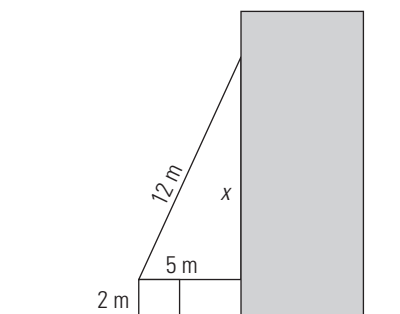
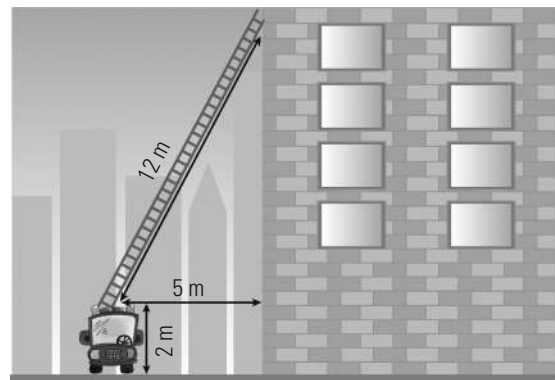
72. Calcula la diagonal del ortoedro de la figura:



$$d^2 = 7^2 + 3^2 = 58 \Rightarrow d = \sqrt{58}$$

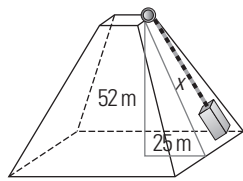
$$D^2 = 58 + 2^2 = 62 \Rightarrow D = \sqrt{62} = 7,87 \text{ cm}$$

73. Una escalera de bomberos que mide 12 m de largo está situada en la plataforma de un camión a 2 m de altura y a 5 m de la pared. Calcula la altura a la que llega la escalera.



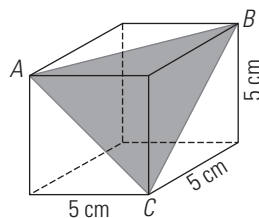
Altura: $x + 2$ m
 $x^2 + 5^2 = 12^2 \Rightarrow x^2 = 119 \Rightarrow x = \sqrt{119} = 10,91$
Altura: $10,91 + 2 = 12,91$ m

74. Sobre la construcción de la pirámide se ha situado una grúa para arrastrar la carga. ¿Qué longitud de cuerda se necesita para subir la carga por la cara de la pirámide?



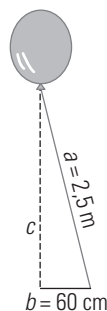
$$x^2 = 52^2 + 25^2 = 3329 \Rightarrow x = \sqrt{3329} = 57,7 \text{ m}$$

75. Calcula la longitud de los lados del triángulo que se forma uniendo los tres vértices de un cubo.



$$a^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \Rightarrow a = \sqrt{50} = 7,07 \text{ cm}$$

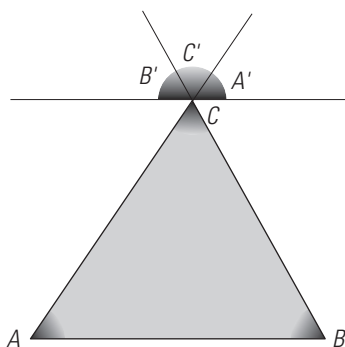
76. Un globo está sujeto a una cuerda de 2,5 m y observamos que se ha desplazado 60 cm por el viento. ¿A qué altura está el globo?



$$60^2 + c^2 = 2,5^2 \Rightarrow c^2 = 5,89 \Rightarrow c = \sqrt{5,89} = 2,43 \text{ m}$$

PARA PROFUNDIZAR

77. Dibuja un triángulo y traza una paralela a un lado por un vértice. Justifica sobre el dibujo que la suma de los tres ángulos de un triángulo suman 180°

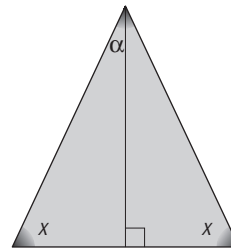


$A = A'$, $B = B'$, $C = C'$ por tener los lados paralelos y en la misma dirección.

$$A' + B' + C' = 180^\circ$$

Luego, $A + B + C = 180^\circ$

78. ¿Puede ser obtuso el ángulo contiguo del lado desigual de un triángulo isósceles?



No, porque cada ángulo igual debe ser 90° menos la mitad del ángulo desigual.

$$x = 90 - \frac{\alpha}{2}$$

79. ¿Puede ser equilátero un triángulo rectángulo?

No. La hipotenusa es mayor que los catetos.

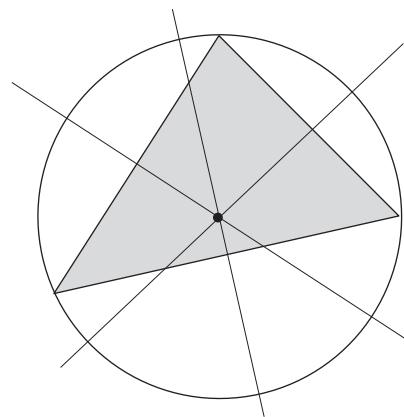
80. ¿Cómo ha de ser un triángulo para que sus medianas coincidan con las tres alturas?

Equilátero.

81. ¿Cómo ha de ser un triángulo para que solo una mediana coincida con una altura?

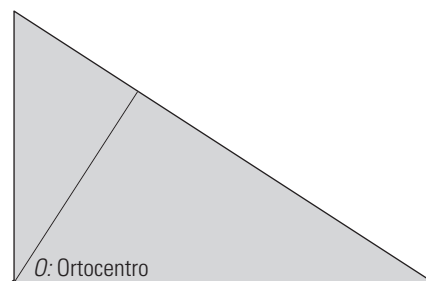
Isósceles.

82. Dibuja un triángulo cualquiera y encuentra un punto que esté a la misma distancia de los tres vértices. ¿Qué punto es?



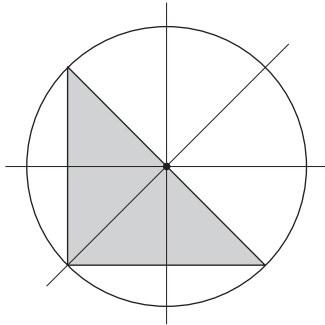
El circuncentro.

83. Si las tres alturas de un triángulo se cortan en un vértice, ¿qué se puede afirmar del triángulo?



Es rectángulo.

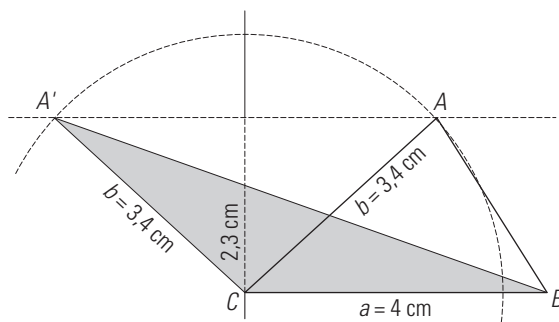
84. Una mediatriz de un triángulo es paralela a uno de los lados. ¿Cómo es el triángulo? Dibújalo. Dibuja la circunferencia circunscrita.



Si una mediatriz es paralela a un lado, los dos lados son perpendiculares.

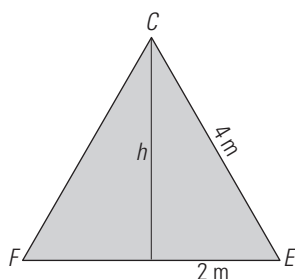
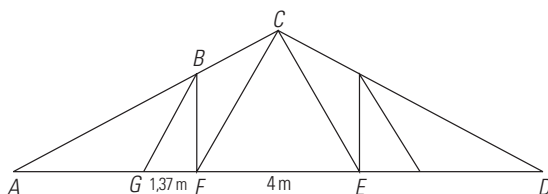
85. Construye un triángulo del que conocemos el lado $a = 4$ cm, el lado $b = 3,4$ cm y la altura sobre el lado a , que representamos por $h_a = 2,3$ cm

- Se dibuja el lado $a = 4$ cm de extremos B y C
- Se dibuja una paralela a BC a $2,3$ cm de ella.
- Con centro en C y radio $3,4$ cm se traza un arco que cortará a la paralela en dos puntos A y A'
- Hay dos soluciones: ABC y $A'BC$



APLICA TUS COMPETENCIAS

86. El dibujo representa un entramado metálico que soporta el tejado de una nave industrial. El entramado es simétrico y la figura FCE es un triángulo equilátero. Se sabe que la viga BF debe tener un 69,65% de la longitud de la altura del triángulo equilátero. Calcula la longitud que deben tener las vigas BF y BG



Altura del triángulo FCE :

$$h^2 + 2^2 = 4^2 \Rightarrow h^2 = 12 \Rightarrow h = \sqrt{12} = 3,46 \text{ m}$$

$$BF = 3,46 \cdot 0,6965 = 2,41 \text{ m}$$

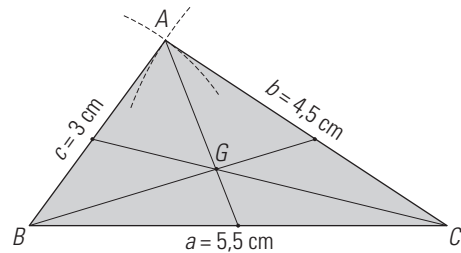
$$BG^2 = 1,37^2 + 2,41^2 = 7,685 \Rightarrow BG = \sqrt{7,685} = 2,77 \text{ m}$$

COMPRUEBA LO QUE SABES

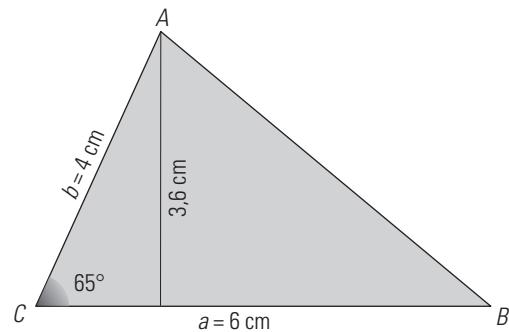
1. Define circuncentro y explica su posición según el tipo de triángulo.

El **circuncentro** de un triángulo es el punto de corte de las tres mediatrices. Está a la misma distancia de los tres vértices. El circuncentro está en el interior si el triángulo es acutángulo, en el punto medio de la hipotenusa si es rectángulo y en el exterior si es obtusángulo.

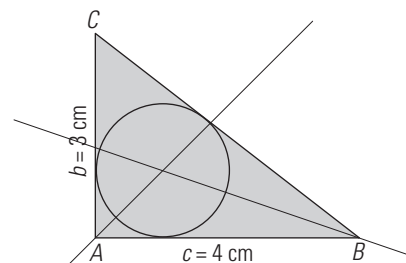
2. Construye un triángulo cuyos lados sean $a = 55$ mm, $b = 45$ mm y $c = 30$ mm. Dibuja en él las tres medianas.



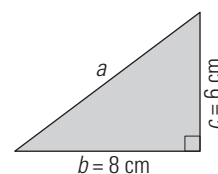
3. Construye un triángulo de lados $a = 6$ cm y $b = 4$ cm, y el ángulo comprendido entre ellos $C = 65^\circ$. Dibuja la altura sobre el lado a y mídela.



4. Dibuja un triángulo rectángulo de catetos 3 cm y 4 cm, y su circunferencia inscrita.



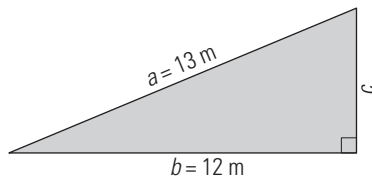
5. Calcula la longitud de la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 cm y 8 cm



$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$a = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

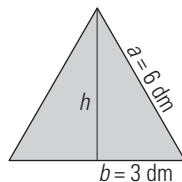
6. Halla la longitud de un cateto de un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 13 m, y un cateto, 12 m



$$b^2 + c^2 = a^2 \Rightarrow 12^2 + c^2 = 13^2 \Rightarrow c^2 = 25$$

$$c = \sqrt{25} = 5 \text{ m}$$

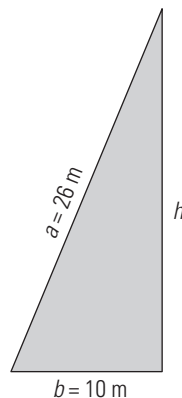
7. Calcula la altura de un triángulo equilátero de 6 dm de lado.



$$h^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow h^2 + 3^2 = 6^2 \Rightarrow h^2 = 27$$

$$h = \sqrt{27} = 5,2 \text{ dm}$$

8. Javier está volando una cometa sujeta por una cuerda de 26 m, y esta se encuentra sobre un río que está a 10 m de Javier. ¿A qué altura está del suelo la cometa?



$$h^2 + b^2 = a^2 \Rightarrow h^2 + 10^2 = 26^2 \Rightarrow h^2 = 576$$

$$h = \sqrt{576} = 24 \text{ m}$$

WINDOWS/LINUX GEOGEBRA



PASO A PASO

87. Dibuja un triángulo cuyos lados midan $a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ y $c = 4 \text{ cm}$

Resuelto en el libro del alumnado.

88. Dibuja un triángulo cualquiera y traza las medianas.

Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

89. Dibuja un triángulo en el que $a = 7,5 \text{ cm}$, $b = 6,24 \text{ cm}$ y $c = 40^\circ$

Resuelto en el libro del alumnado.

90. Dibuja un segmento y su mediatriz.

Resuelto en el libro del alumnado.

91. Dibuja un triángulo, halla su circuncentro y dibuja la circunferencia circunscrita.

Resuelto en el libro del alumnado.

92. Dibuja un ángulo y su bisectriz.

Resuelto en el libro del alumnado.

93. Dibuja un triángulo y halla su incentro, y dibuja la circunferencia inscrita.

Resuelto en el libro del alumnado.

94. Dibuja un triángulo rectángulo y sobre él comprueba el teorema de Pitágoras.

Resuelto en el libro del alumnado.