Actividad de refuerzo pág. 32

Diferencia, entre las siguientes sustancias (supón que no están combinadas con impurezas ni otro tipo de sustancias), cuáles son puras, incluyendo si se trata de elementos o compuestos: agua, latón, cobre, azúcar, amoniaco, hierro, gas oxígeno, gas dióxido de carbono, aire, sal, azufre, acero, una botella de plástico, mercurio y bronce.

Solución:

Son elementos el cobre, el hierro, el oxígeno, el azufre y el mercurio. Compuestos el agua (H_2O), azúcar (sacarosa), amoníaco (NH_3), gas dióxido de carbono (CO_2), sal (NaCl) y la botella de plástico (PET). Mezclas serían el latón, el aire, el acero y el bronce.

Actividad de refuerzo pág. 37

Basándote en la siguiente lista:

$^{16}_{8}O^2$; $^{19}_{9}F_2^-$; $^{3}_{1}H^+$; $^{14}_{7}N^{3-}$; $^{14}C_5$; $^{27}_{13}Al_2^{3+}$; contesta cuáles son el número atómico, la carga iónica, el número másico y el número de átomos presentes.

	$^{16}_{8}O^2$	$^{19}_{9}F_2^-$	$^{3}_{1}H^+$	$^{14}C_5$	$^{14}_{7}N^{3-}$	$^{27}_{13}Al_2^{3+}$
Número atómico	8	9	1	6. No es obligatorio que lo sepan.	7	13
Carga iónica	2–	1–	1+	0	3–	3+
Número másico	16	19	3	14	14	27
Número de átomos presentes	1	2	1	5	1	2

Actividad de refuerzo pág. 38

Calcula el número de protones, neutrones, electrones, número atómico y número másico de todas las especies siguientes:

$^{235}U^{6+}$, Br (Z = 35; A = 80), Zn^{2+} (Z = 30; A = 65) y un elemento con carga negativa con el mismo número de neutrones y de electrones y con número atómico 9.

Solución:

U: 92 protones (por su posición en el Sistema Periódico), 143 neutrones (235 – 92), 86 electrones (protones – electrones = +6) y $Z = 92$, $A = 235$.

Br: 35 protones (por Z), 45 neutrones (80 – 35), 35 electrones (protones – electrones = 0), $Z = 35$ y $A = 80$.

Zn^{2+}: 30 protones (por Z), 35 neutrones (65 – 30), 28 electrones (protones – electrones = +2), $Z = 30$ y $A = 65$.

X: 9 protones (por Z), 10 electrones (protones – electrones = –1), 10 neutrones (igual que electrones), $Z = 9$ y $A = 19$ (protones + neutrones).

Actividad de refuerzo pág. 39

Basándote en la siguiente lista:

$^{16}_{8}O^2$; $^{19}_{9}F_2^-$; $^{3}_{1}H^+$; $^{14}_{6}C$; $^{14}_{7}N^{3-}$; $^{27}_{13}Al_2^{3+}$, contesta cuántos protones, neutrones y electrones tienen cada uno de los átomos indicados.

Solución:

	$^{16}_{8}O^2$	$^{19}_{9}F_2^-$	$^{3}_{1}H^+$	$^{14}_{6}C$	$^{14}_{7}N^{3-}$	$^{27}_{13}Al_2^{3+}$
Número de protones	8	9	1	6	7	13
Número de neutrones	8	10	2	8	7	14
Número de electrones	10	10	0	6	10	10

Actividad de refuerzo pág. 40

El platino se presenta en la Naturaleza con 6 isótopos distintos: ^{190}Pt (0,02 %), ^{192}Pt (0,78 %), ^{194}Pt (32,97 %), ^{195}Pt (33,83 %), ^{196}Pt (25,24 %) y ^{198}Pt (7,16 %). Si suponemos que la masa de cada isótopo coincide con su número másico, calcula la masa atómica del platino.

Solución:

$$\frac{0{,}02 \cdot 190 + 0{,}78 \cdot 192 + 32{,}97 \cdot 194 + 33{,}83 \cdot 195 + 25{,}24 \cdot 196 + 7{,}16 \cdot 198}{100} = 195{,}11$$

Actividad de refuerzo pág. 40

Calcula la abundancia relativa de los dos isótopos de cloro, ^{37}Cl y ^{35}Cl, sabiendo que la masa atómica relativa del cloro es 35,5.

Solución:

Del 100 % total de abundancia del cloro, podemos considerar que hay un x % de Cloro-37 y un $(100 - x)$ % de Cloro-35 por lo que:

$$\frac{37 \cdot x + 35 \cdot (100 - x)}{100} = 35{,}5 \Leftrightarrow 37 \cdot x + 35 \cdot (100 - x) =$$
$$= 35{,}5 \cdot 100 \Leftrightarrow 37x + 3\,500 - 35x = 3\,550 \Leftrightarrow 2x = 50 \Leftrightarrow x = 25\,\%$$

Hay un 25 % de Cloro-37 y un 75 % de Cloro-35.

Actividad de refuerzo pág. 41

Calcula la longitud de onda de una radiación electromagnética de frecuencia $6{,}2 \cdot 10^{14}$ Hz. Halla su periodo y el número de ondas por metro.

Solución:

Como $c = \lambda\,\nu$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6{,}2 \cdot 10^{14} \text{ Hz}} = 4{,}8 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{6{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 1{,}6 \cdot 10^{-15}\ \text{s}$$

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{1}{4{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 2{,}1 \cdot 10^{6}\ \text{m}^{-1}$$

Actividad de refuerzo pág. 42

Para completar el cálculo de la energía asociada a una onda, podemos utilizar la siguiente actividad:

Calcula la frecuencia de una onda que transporta una energía de 10^{-19} J. Calcula también su longitud de onda.

Solución:

Aplicando la ecuación $E = h\,\nu$ y despejando, ν obtenemos:

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{10^{-19}\ \text{J}}{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{J s}} = 1{,}51 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$\lambda = c/\nu$, por lo que $\lambda = 3 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}/1{,}51 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 1{,}99 \cdot 10^{-6}$ m.

Actividades de refuerzo pág. 43

1. Tenemos un láser que emite $3{,}5 \cdot 10^{20}$ fotones de longitud de onda $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ m cada segundo. ¿Qué tipo de radiación es? ¿Qué energía emite el láser en un segundo? ¿Qué potencia tiene el láser? Calcula también el periodo y el número de ondas de la radiación del láser. *Datos:* $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J s.

Solución:

Como $c = \lambda\,\nu$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{1{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}} = 2{,}5 \cdot 10^{16}\ \text{Hz}$$

Pertenece a la zona del espectro ultravioleta.

$$E = h\,\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{16}\ \text{Hz} = 1{,}7 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

$$E_T = n\,E = 3{,}5 \cdot 10^{20} \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-17}\ \text{J} = 5{,}8 \cdot 10^{3}\ \text{J}$$

$$P = E/t = 5{,}8 \cdot 10^{3}\ \text{J/1 s} = 5{,}8 \cdot 10^{3}\ \text{W} = 5{,}8\ \text{kW}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2{,}5 \cdot 10^{16}\ \text{Hz}} = 4 \cdot 10^{-17}\ \text{s}$$

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}} = 8{,}3 \cdot 10^{7}\ \text{m}^{-1}$$

2. Una linterna tiene una potencia luminosa de 2 W (2 julios cada segundo). Si sabemos que emite una luz amarilla de longitud de onda $5{,}9 \cdot 10^{-7}$ m, ¿cuántos fotones emite en un minuto? Calcula el periodo, la frecuencia y el número de ondas de la radiación emitida. Datos: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J s.

Como $c = \lambda\,\nu$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5{,}9 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 5{,}1 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

La energía de la onda será:

$$E = h\,\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 3{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La energía total emitida por la linterna será:

$$E_T = P\,t = 2\ \text{W} \cdot 60\ \text{s} = 120\ \text{J}$$

$$n = E_T/E = 120\ \text{J}/3{,}4 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 3{,}5 \cdot 10^{20}\ \text{fotones}$$

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{5{,}1 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}} = 2 \cdot 10^{-15}\ \text{s}$$

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{5{,}9 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 1{,}7 \cdot 10^{6}\ \text{m}^{-1}$$

Actividad de refuerzo pág. 45

Calcula a qué nivel llegará un electrón en el átomo de hidrógeno, sabiendo que parte del nivel fundamental $n = 1$, cuando se le excita con radiación de frecuencia $3{,}09 \cdot 10^{15}$ Hz.

***Datos:* $R = 1{,}097 \cdot 10^{7}\ \text{m}^{-1}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.**

Solución:

Como $c = \lambda\,\nu$ y $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$ tenemos que:

$$\frac{\nu}{c} = R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \text{ de donde } = n_2 = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n_1^2} - \frac{\nu}{c\,R}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{1} - \frac{3{,}09 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}}{3 \cdot 10^{8}\ \text{m/s} \cdot 1{,}097 \cdot 107\ \text{m}^{-1}}}} \approx 4$$

Si se ve que puede ser interesante, se les puede comentar a partir de este problema que observen que la frecuencia, y por lo tanto la energía, se pueden relacionar también directamente con los niveles energéticos con las siguientes fórmulas:

$$\nu = c\,R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \text{ y } E = h\,\nu = h\,c\,R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) = R'\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

donde $R' = h\,c\,R = 2{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J} = 13 \cdot 6$ eV

Estas fórmulas deberían empezar a utilizarlas, puesto que desde la Universidad se recomienda para cursos posteriores su uso en las Pruebas de Acceso, en vez de la fórmula habitual del número de ondas (inversa de la longitud de onda).

Actividades de refuerzo pág. 47

1. El sodio presenta un par de rayas en su espectro de emisión (una de longitud de onda 5896 Å y otra en 5890 Å). Calcula la energía a la que equivale cada una, en julios y en electronvoltios. *Datos:* $c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1}$; $h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ J s y 1 eV = $= 1{,}6022 \cdot 10^{-19}$ J.

Solución:

Como $c = \lambda\,\nu$

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5{,}896 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 5{,}085 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

La energía de la primera onda será:

$$E_1 = h\,\nu_1 = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 5{,}085 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} =$$

$$= 3{,}369 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}103\ \text{eV}$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{5{,}896 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 5{,}090 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

La energía de la segunda onda será:

$$E_2 = h\,\nu_2 = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 5{,}090 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} =$$

$$= 3{,}373 \cdot 10^{-19}\ \text{J} \cdot \frac{1\ \text{eV}}{1{,}6022 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 2{,}105\ \text{eV}$$

2. Calcula la energía asociada al salto electrónico en el átomo de hidrógeno entre el nivel 4 y el 8.

***Datos:* $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}$ m s^{-1}; $R = 1{,}097 \cdot 10^{7}$ m^{-1} y $h = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}$ J s.**

Solución:

Aplicando la ecuación empírica propuesta por Rydberg:

$k = R\,(1/n_1^2 - 1/n_2^2)$

$$k = 1{,}097 \cdot 10^{7}\ \text{m}^{-1} \cdot (1/4^2 - 1/8^2) = 5{,}142 \cdot 10^{5}\ \text{m}^{-1}$$

Como $k = 1/\lambda$ y $\nu = c/\lambda$, queda:

$\nu = c\,k = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \text{m s}^{-1} \cdot 5{,}142 \cdot 10^{5}\ \text{m}^{-1} = 1{,}542 \cdot 10^{14}$ Hz

$E = h\,\nu = 6{,}6261 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 1{,}542 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 1{,}022 \cdot 10^{-19}\ \text{J} =$

$= 0{,}638$ eV

Actividad de refuerzo pág. 49

Halla las configuraciones electrónicas teóricas de todos los elementos cuyo número atómico es múltiplo de 5 hasta el 100. Pon, cuando lo sepas, el símbolo del elemento.

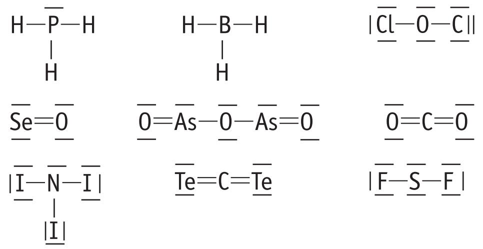
5 – B: $1s^2\ 2s^2p^1$
10 – Ne: $1s^2\ 2s^2p^6$
15 – P: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^3$
20 – Ca: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6\ 4s^2$
25 – Mn: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^5\ 4s^2$
30 – Zn: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2$
35 – Br: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^5$
40 – Zr: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^2\ 5s^2$
45 – Rh: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^7\ 5s^2$
50 – Sn: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}\ 5s^2p^2$
55 – Cs: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}\ 5s^2p^6\ 6s^1$
60 – Nd: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^4\ 5s^2p^6\ 6s^2$
65 – Tb: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^9\ 5s^2p^6\ 6s^2$
70 – Yb: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6\ 6s^2$
75 – Re: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^5\ 6s^2$
80 – Hg: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}\ 6s^2$
85 – At: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}\ 6s^2p^5$
90 – Th: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^2\ 6s^2p^6\ 7s^2$
95 – Am: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^7\ 6s^2p^6\ 7s^2$
100 – Fm: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^{12}\ 6s^2p^6\ 7s^2$

Actividad de refuerzo pág. 56

Dibuja la estructura de Lewis de los siguientes compuestos:

PH_3, BH_3, Cl_2O, SeO, As_2O_3, CO_2, NI_3, CTe_2 y SF_2.

Solución:



Actividades de refuerzo pág. 57

1. Indica la estructura de Lewis del óxido de arsénico (III), razonándola.

Solución:

La fórmula es As_2O_3. Indicaremos en el cuadro siguiente los datos:

Elemento	Capa de valencia	Electrones de valencia	Capacidad máxima
As	$4s^2\ 4p^3$	5	8
O	$2s^2\ 2p^4$	6	8

Electrones de valencia disponibles:

$$A = 5 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 28$$

Capacidad total de la capa de valencia:

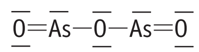
$$N = 8 \cdot 2 + 8 \cdot 3 = 40$$

Electrones compartidos:

$$N - A = 40 - 28 = 12 \text{ (seis enlaces)}$$

Electrones restantes: 28 – 12 = 16 (ocho pares).

Ahora distribuimos los electrones adecuadamente sobre los átomos, colocados con la mayor simetría posible:



Observa que alrededor de cada átomo hay 8 electrones. Como propios se mantienen los 6 iniciales de los oxígenos y los 5 alrededor de cada arsénico.

Si hubiésemos puesto los tres oxígenos en medio y unido los dos arsénicos a los tres oxígenos, también valdría, pero la figura está tan torsionada que no se corresponde con la molécula real.

2. Indica la estructura de Lewis del yoduro de nitrógeno (III), razonándola.

Solución:

La fórmula es NI_3. Indicaremos en el cuadro siguiente los datos:

Elemento	Capa de valencia	Electrones de valencia	Capacidad máxima
N	$2s^2\ 2p^3$	5	8
I	$5s^2\ 5p^5$	7	8

Electrones de valencia disponibles:

$$A = 5 \cdot 1 + 7 \cdot 3 = 26$$

Capacidad total de la capa de valencia:

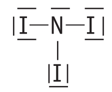
$$N = 8 \cdot 1 + 8 \cdot 3 = 32$$

Electrones compartidos:

$$N - A = 32 - 26 = 6 \text{ (tres enlaces)}$$

Electrones restantes: 26 − 6 = 20 (diez pares).

Ahora distribuimos los electrones adecuadamente sobre los átomos, colocados con la mayor simetría posible:



Observa que alrededor de cada átomo hay 8 electrones. Como propios se mantienen los 5 iniciales del nitrógeno y los 7 alrededor de cada yodo.

Actividad de refuerzo pág. 58

Indica la estructura de Lewis del ácido sulfúrico (H_2SO_4).

Solución:

Indicaremos en el cuadro siguiente los datos:

Elemento	Capa de valencia	Electrones de valencia	Capacidad máxima
S	$3s^2\,3p^4$	6	8
O	$2s^2\,2p^4$	6	8
H	$1s^1$	1	2

Electrones de valencia disponibles:

$$A = 1 \cdot 2 + 6 \cdot 1 + 6 \cdot 4 = 32$$

Capacidad total de la capa de valencia:

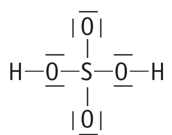
$$N = 2 \cdot 2 + 8 \cdot 1 + 8 \cdot 4 = 44$$

Electrones compartidos:

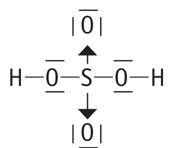
$$N - A = 44 - 32 = 12 \text{ (seis enlaces)}$$

Electrones restantes: 32 − 12 = 20 (diez pares).

Ahora distribuimos los electrones adecuadamente sobre los átomos:



Observa que alrededor de cada átomo hay 8 electrones, y sobre el hidrógeno, 2. Como propios se mantienen los 6 iniciales de los oxígenos enlazados a los hidrógenos y los de éstos, pero aparecen como propios 7 sobre los otros dos oxígenos y sólo 4 alrededor del azufre. La solución viene dada en este caso por dos enlaces dativos, al suponer que el azufre es el *dador* y los oxígenos los *aceptores*:



Ahora cada oxígeno tiene como propios sus 6 iniciales y el azufre sus 6, con lo que la estructura resulta ser la correcta.

Evaluación

1. **Calcula la masa atómica del calcio, sabiendo que en la naturaleza hay básicamente 5 isótopos estables: el Ca-40, con una abundancia relativa del 96,97 %, el Ca-42 (0,64 %), el Ca-43 (0,15 %), el Ca-44 (2,06 %) y el Ca-48 (0,18 %).**

   Solución:

   La masa atómica viene dada por:

$$m_{Ca} = \frac{40\text{ u} \cdot 96{,}97 + 42\text{ u} \cdot 0{,}64 + 43\text{ u} \cdot 0{,}15 +}{100}$$
$$\frac{+\,44\text{ u} \cdot 2{,}06 + 48\text{ u} \cdot 0{,}18}{100} = 40{,}11\text{ u}$$

2. **Di el número de protones, neutrones y electrones que poseen los siguientes átomos:**

   ${}^{40}_{20}Ca^{2+}$; ${}^{19}_{9}F$; ${}^{239}U^{3+}$ (Z = 92); ${}_{82}Pb^{4+}$ (A = 208); ${}^{65}Zn$ (30 electrones); ${}^{37}Cl^-$ (20 neutrones)

   Solución:

   El Ca^{2+}: 20 protones (Z), 20 neutrones (A–Z) y 18 electrones (hay dos cargas positivas).

   El F: 9 protones (Z), 10 neutrones (A–Z) y 9 electrones (es neutro).

   El U^{3+}: 92 protones (Z), 147 neutrones (A–Z) y 89 electrones (hay tres cargas positivas).

   El Pb^{4+}: 82 protones (Z), 126 neutrones (A–Z) y 78 electrones (hay cuatro cargas positivas).

   El Zn: 30 electrones (Z), 30 protones (es neutro) y 35 neutrones (A–Z).

   El Cl^-: 20 neutrones, 17 protones (A–n.° neutrones) y 18 electrones (hay una carga negativa de más).

3. **De los átomos planteados en el problema anterior, escribe la configuración electrónica del átomo neutro.**

   Solución:

   Ca: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6\ 4s^2$

   F: $1s^2\ 2s^2p^5$

   U: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^4\ 6s^2p^6\ 7s^2$ (realmente es $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}f^3\ 6s^2p^6d^1\ 7s^2$, pero en este curso no tienen argumentos para saberlo, salvo que hallen la configuración desde el Sistema Periódico).

   Pb: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2p^6d^{10}f^{14}\ 5s^2p^6d^{10}\ 6s^2p^2$

   Zn: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^6d^{10}\ 4s^2$

   Cl: $1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^5$

4. **Halla la longitud de onda asociada a la raya del espectro correspondiente a la transición entre el nivel n = 2 y n = 4 del átomo de hidrógeno. Calcula también la frecuencia y la energía de la onda.**

   ***Datos:* $R = 1{,}097 \cdot 10^7\ m^{-1}$; $c = 3 \cdot 10^8\ m\ s^{-1}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s**

Solución:

$$\frac{1}{\lambda} = 1{,}097 \cdot 10^7\ \text{m}^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda = 4{,}86 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 486\ \text{nm}$$

$$c = \lambda\,\nu \Leftrightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{4{,}86 \cdot 10^{-7}\ \text{m}} = 6{,}17 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

$$E = h\,\nu = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{J s} \cdot 6{,}17 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} = 4{,}09 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

5. Halla la estructura de Lewis de las moléculas de NH_3, SO_2, H_2O y PCl_3.

Solución:

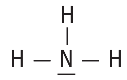
Elemento	Estructura electrónica de la capa de valencia	Electrones de valencia	Capacidad de la capa de valencia
N	$1s^2\ 2s^2p^3$	5	8
H	$1s^1$	1	2
S	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^4$	6	8
O	$1s^2\ 2s^2p^4$	6	8
P	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^3$	5	8
Cl	$1s^2\ 2s^2p^6\ 3s^2p^5$	7	8

NH_3: Electrones de valencia disponibles: $A = 5 + 1 \cdot 3 = 8$

Capacidad total de la capa de valencia: $N = 8 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 14$

Electrones compartidos: $N - A = 14 - 8 = 6$ (tres enlaces).

Electrones restantes: $8 - 6 = 2$ (un par).

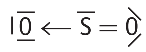


SO_2: Electrones de valencia disponibles: $A = 6 + 6 \cdot 2 = 18$

Capacidad total de la capa de valencia: $N = 8 \cdot 1 + 8 \cdot 2 = 24$

Electrones compartidos: $N - A = 24 - 18 = 6$ (tres enlaces).

Electrones restantes: $18 - 6 = 12$ (seis pares).

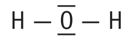


H_2O: Electrones de valencia disponibles: $A = 1 \cdot 2 + 6 = 8$

Capacidad total de la capa de valencia: $N = 2 \cdot 2 + 8 = 12$

Electrones compartidos: $N - A = 12 - 8 = 4$ (dos enlaces).

Electrones restantes: $8 - 4 = 4$ (dos pares).

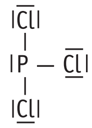


PCl_3: Electrones de valencia disponibles: $A = 5 + 7 \cdot 3 = 26$

Capacidad total de la capa de valencia: $N = 8 + 8 \cdot 3 = 32$

Electrones compartidos: $N - A = 32 - 26 = 6$ (tres enlaces).

Electrones restantes: $26 - 6 = 20$ (diez pares).



Actividad de refuerzo pág. 78

Cuando mezclamos un exceso de oxígeno con 32,178 g de calcio obtenemos una sustancia blanca, el óxido de calcio (CaO).

Sabiendo que las masas atómicas del oxígeno y del calcio son 15,999 y 40,078, respectivamente, calcula cuánto oxígeno se consume en la reacción y cuánto óxido de calcio obtenemos. Explica en cada momento en qué ley te basas para hacer cada razonamiento.

Solución:

Por la Ley de las proporciones definidas se tiene que cumplir:

$$\frac{\text{masa atómica del oxígeno}}{\text{masa atómica del calcio}} = \frac{\text{masa de oxígeno}}{\text{masa de calcio}}$$

$$\frac{15{,}999}{40{,}078} = \frac{\text{masa de oxígeno}}{32{,}178\ \text{g}}$$

De donde $m\ (O_2) = 12{,}845$ g de oxígeno

Aplicando la Ley de conservación de la masa, podemos calcular la cantidad de óxido de calcio, puesto que la suma de las masas de los reactivos (oxígeno y calcio) tiene que ser igual a la suma de las masas de los productos (óxido de calcio).

Por lo tanto, se obtienen 45,023 g de CaO.

Actividad de ampliación pág. 78

Sabemos que el oxígeno y el carbono se juntan en la proporción de 3 g de carbono por cada 8 g de oxígeno, para dar dióxido de carbono. En una habitación estanca, ponemos a quemar un trozo de carbón que contiene 450 g de carbono. Si sabemos que en la habitación hay 1 400 g de oxígeno, ¿se quemará completamente el trozo de carbón? ¿De qué elemento tendremos un sobrante? Supón que el carbono sólo puede transformarse en CO_2.

Solución:

Para consumir por completo el carbono necesitamos:

$$450\ \text{g de C} \cdot \frac{8\ \text{g de oxígeno}}{3\ \text{g de carbono}} = 1\,200\ \text{g de oxígeno}$$

Por lo tanto se consumirá completamente el carbono y sobrarán 200 g de oxígeno.

Actividad de ampliación pág. 80

Sabiendo que 10 g de *A* se combinan con 18 g de *B* y que 14 g de *C* se combinan con 18 g de *B*, ¿cuántos gramos de *A* se combinan con 23,5 g de *C* cuando estos dos elementos se combinan entre sí?

Solución:

Aplicando la Ley de Richter:

$$\frac{\text{masa de } A \text{ combinado con } B}{\text{masa de } C \text{ combinado con } B} = \frac{\text{masa de } A}{\text{masa de } C}$$

$$\frac{10}{14} = \frac{\text{masa de } A}{23{,}5\ \text{g}}$$

masa de A = 16,8 g

Actividad de ampliación pág. 81

Un compañero de laboratorio comenta que ha realizado la combustión de 10 L de propano en presencia de oxígeno y que ha comprobado que se han consumido 3,63 L de O_2. Por otro lado, ha observado que se obtienen 6,12 L de CO_2 y 7,51 L de vapor de agua, por lo que se cumple la Ley de conservación de los volúmenes de reacción.

La experiencia que ha realizado tu amigo ¿está bien hecha o hay errores? Con sus datos en la mano, ¿podemos confirmar que se cumple lo esperado según la ley?

Solución:

No hay ningunos números sencillos que cumplan la proporcionalidad encontrada en los datos, por tanto no se ajusta a la Ley de los volúmenes de combinación, y podemos concluir que debe ser errónea la medida de los volúmenes.

Además, se basa en una ley inexistente, porque los volúmenes no se conservan, sino la masa. De esta manera, podemos sacar la conclusión de que se ha realizado mal o la experiencia o la toma de valores.

Actividad de ampliación pág. 82

Cuando el butano gas (C_4H_{10}) se combina con oxígeno en presencia de una llama se forma dióxido de carbono y vapor de agua.

Escribe la reacción, ajústala y calcula cuántos litros de oxígeno se necesitan para quemar completamente 100 L de butano. ¿Cuántos litros de productos se obtienen?

Solución:

$a\ C_4H_{10} + b\ O_2 \longrightarrow c\ CO_2 + d\ H_2O$

Por carbonos: $4\ a = c$

Por hidrógenos: $10\ a = 2\ d$

Por oxígenos: $2\ b = 2\ c + d$

Elegimos $a = 1$; de C $\Rightarrow c = 4$; de H $\Rightarrow d = 5$; de O $\Rightarrow b = 13/2$; multiplicamos todo por 2 y: $2\ C_4H_{10} + 13\ O_2 \longrightarrow 8\ CO_2 + 10\ H_2O$

Como la proporción en litros es la misma que la de los coeficientes estequiométricos, se necesitan $100\ \text{L} \cdot \dfrac{13\ \text{L de } O_2}{2\ \text{L de } C_4H_{10}} = 650\ \text{L de } O_2$

Se obtienen $100\ \text{L} \cdot \dfrac{8\ \text{L de } CO_2}{2\ \text{L de } C_4H_{10}} = 400\ \text{L de } CO_2$

y $100\ \text{L} \cdot \dfrac{10\ \text{L de } H_2O}{2\ \text{L de } C_4H_{10}} = 500\ \text{L de } H_2O$, o sea, un total de 900 L de productos.

Actividad de refuerzo pág. 85

Sabiendo que la masa atómica relativa del hidrógeno es 1, la del oxígeno 16, la del carbono 12 y la del nitrógeno 14, calcula cuántos átomos de cada elemento y moléculas hay en 1 mol de H_2, H_2O_2, CH_4, NH_3, N, O_2, CH_3—CH_2NH_2, CO_2 y C_8H_{18}.

Asimismo, calcula la masa de un mol de cada una de las sustancias dadas.

Solución:

	Número de átomos				N.º de moléculas	masa
	H	O	C	N		
H_2	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	–	–	–	$6 \cdot 10^{23}$	2 g
H_2O_2	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	–	–	$6 \cdot 10^{23}$	34 g
CH_4	$2{,}4 \cdot 10^{24}$	–	$6 \cdot 10^{23}$	–	$6 \cdot 10^{23}$	16 g
NH_3	–	$1{,}8 \cdot 10^{24}$	–	$6 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$	17 g
N	–	–	–	$6 \cdot 10^{23}$	–	14 g
O_2	–	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	–	–	$6 \cdot 10^{23}$	32 g
$CH_3—CH_2NH_2$	$3{,}6 \cdot 10^{24}$	–	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	$6 \cdot 10^{23}$	$6 \cdot 10^{23}$	43 g
CO_2	–	$1{,}2 \cdot 10^{24}$	$6 \cdot 10^{23}$	–	$6 \cdot 10^{23}$	44 g
C_8H_{18}	$1{,}08 \cdot 10^{25}$	–	$4{,}8 \cdot 10^{24}$	–	$6 \cdot 10^{23}$	114 g

Actividad de refuerzo pág. 88

Calcula el volumen que ocupa el aire en el interior de un cilindro cerrado por un émbolo móvil si inicialmente tenemos encerrados en el cilindro 23 L de un gas ideal a 30 °C y elevamos la temperatura hasta 100 °C, manteniendo constante la presión externa en 1 atmósfera. Si en ese momento fijamos la posición del émbolo y enfriamos hasta los 20 °C bajo cero, ¿a qué presión se encuentra el cilindro? Explica en cada paso en qué ley te basas para hacer los cálculos.

Solución:

Para la primera parte aplicamos la Ley de Charles, ya que la presión es constante.

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_f}{T_f} \Rightarrow V_f = \frac{V_0\,T_f}{T_0} = \frac{23\text{ L} \cdot 373\text{ K}}{303\text{ K}} = 28{,}3\text{ L}$$

Para la segunda parte aplicamos la Ley de Gay-Lussac, ya que lo constante es el volumen:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_f}{T_f} \Rightarrow p_f = \frac{p_0\,T_f}{T_0} = \frac{1\text{ atm} \cdot 253\text{ K}}{373\text{ K}} = 0{,}68\text{ atm} \cdot \frac{760\text{ mmHg}}{1\text{ atm}} = 515\text{ mmHg}$$

Actividad de ampliación pág. 88

Un recipiente, que se encuentra a presión atmosférica, contiene aire a 20 °C y se calienta hasta que el volumen que ocupa se hace el doble. ¿A qué temperatura se encuentra ahora el aire?

Solución:

Ahora no nos dan los valores de volumen, pero sí su relación, que nos permite resolver el problema. Aplicamos:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Leftrightarrow T_2 = \frac{V_2\,T_1}{V_1} = \frac{2\,V_1\,T_1}{V_1} = 2\,T_1 = 2(20 + 273) = 586\text{ K} = (586 - 273)\,°\text{C} = 313\,°\text{C}$$

Actividad de refuerzo pág. 89

En un recipiente, tenemos una determinada cantidad de un gas a 20 °C, 723 mmHg de presión y ocupando un volumen de 3,42 L. Si la presión aumenta hasta 833 mmHg mientras la temperatura disminuye en 13 grados, ¿qué volumen de gas tenemos dentro del recipiente? ¿Cuántos moles de ese gas y cuántas moléculas hay?

Solución:

Aplicando la Ecuación de estado de los gases:

$$\frac{p_0\,V_0}{T_0} = \frac{p_f\,V_f}{T_f} \Rightarrow V_f = \frac{p_0\,V_0\,T_f}{p_f\,T_0} = \frac{723\text{ mmHg} \cdot 3{,}42\text{ L} \cdot 293\text{ K}}{833\text{ mmHg} \cdot 303\text{ K}} = 2{,}87\text{ L}$$

Aplicando la Ecuación de Clapeyron:

$$p_0\,V_0 = n\,R\,T_0 \Rightarrow n = \frac{p_0\,V_0}{R\,T_0} = \frac{723\text{ mmHg} \cdot \dfrac{1\text{ atm}}{760\text{ mmHg}} \cdot 3{,}42\text{ L}}{0{,}082\,\dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 303\text{ K}} = 0{,}13\text{ moles}$$

$$0{,}13\text{ moles} \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}\text{ moléculas}}{1\text{ mol}} = 7{,}8 \cdot 10^{23}\text{ moléculas}$$

Actividad de ampliación pág. 89

Un recipiente hinchable, inicialmente de 5 L de capacidad, que se encuentra a presión atmosférica, contiene aire a 20 °C y se calienta hasta los 80 °C, observando que el volumen que ocupa ahora ha aumentado hasta los 5,5 L. ¿Qué presión soporta ahora la pared del recipiente?

Solución:

$$\text{Aplicando } \frac{p_1\,V_1}{T_1} = \frac{p_2\,V_2}{T_2} \Leftrightarrow p_2 = \frac{p_1\,V_1\,T_2}{V_2\,T_1} = \frac{1\text{ atm} \cdot 5\text{ L} \cdot 353\text{ K}}{5{,}5\text{ L} \cdot 293\text{ K}} = 1{,}1\text{ atm}$$

Actividad de refuerzo pág. 90

Sabemos que 14 g de un gas ocupan 26,5 L cuando nos encontramos a 50 °C y a 380 mmHg de presión. ¿Cuál es su masa molar? Compara los datos con la tabla de volúmenes molares y contesta si podrías hacer el problema sin usar calculadora ni hacer operaciones.

Solución:

Aplicando $p\,V = n\,R\,T$ obtenemos n:

$$n = \frac{p\,V}{R\,T} = \frac{380\text{ mmHg} \cdot \dfrac{1\text{ atm}}{760\text{ mmHg}} \cdot 26{,}5\text{ L}}{0{,}082\,\dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 323\text{ K}} = 0{,}5\text{ moles}$$

Para hallar la masa molecular:

$$1\text{ mol} \cdot \frac{14\text{ g}}{0{,}5\text{ moles}} = 28\text{ g}$$

En la Tabla, a 50 °C y 1 atm corresponden justo los litros que nos da el problema, por lo que si en el problema estamos a 0,5 atm es porque tenemos la mitad de un mol. Como tenemos 14 g, un mol serán 28 g.

Actividad de refuerzo pág. 91

En una lista obtenida en el laboratorio, al trabajar con gases biatómicos correspondientes a elementos químicos, tenemos los siguientes datos:

Gas A: densidad 1,246 g/L a 40 °C y 1 atm.

Gas B: densidad 1,706 g/L a 27 °C y 1,5 atm.

Gas C: densidad 2,536 g/L a 0 °C y a 0,8 atm.

Utilizando una tabla de masas atómicas, descubre cuál es cada uno de los gases de la lista.

Solución:

Aplicando $p\ V = n\ R\ T$ y sustituyendo n por m/M_m y despejando M_m sustituyendo m/V por densidad:

$$M_m = \frac{d\ R\ T}{p}$$

$$\text{Gas A: } M_m = \frac{1{,}246\ \frac{g}{L} \cdot 0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K} \cdot 313\ K}{1\ atm} = 32\ \frac{g}{mol}. \text{ Es oxígeno}$$

$$\text{Gas B: } M_m = \frac{1{,}706\ \frac{g}{L} \cdot 0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K} \cdot 300\ K}{1{,}5\ atm} = 28\ \frac{g}{mol}. \text{ Es nitrógeno}$$

$$\text{Gas C: } M_m = \frac{2{,}536\ \frac{g}{L} \cdot 0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K} \cdot 273\ K}{0{,}8\ atm} = 71\ \frac{g}{mol}. \text{ Es cloro}$$

Actividad de ampliación pág. 92

Al medir la presión que ejerce una mezcla de oxígeno y vapor de agua a 180 °C sobre las paredes de un recipiente de 5 L de capacidad, comprobamos que vale 1,26 atm, mientras que si lo medimos a 40 °C el valor de la presión es 0,57 atm. ¿Cuál es la fracción molar del oxígeno en la mezcla? ¿Cuántos gramos hay de cada componente dentro del recipiente?

Solución:

A 180 °C el oxígeno y el vapor de agua se encuentran en estado gaseoso, por lo que ambos crean presión:

$$p_T\ V_T = n_T\ R\ T$$

$$n_T = \frac{p_T\ V_T}{R\ T} = \frac{1{,}26\ atm \cdot 5\ L}{0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K} \cdot 453\ K} = 0{,}17\ moles$$

A 40 °C, sólo el O_2 crea presión, por lo que:

$$n_{O_2} = \frac{p_{O_2}\ V_{O_2}}{R\ T} = \frac{0{,}57\ atm \cdot 5\ L}{0{,}082\ \frac{atm\ L}{mol\ K} \cdot 313\ K} = 0{,}11\ moles$$

Por tanto:

$$\chi_{O_2} = \frac{\chi_{O_2}}{\chi_{totales}} = \frac{0{,}11\ moles}{0{,}17\ moles} = 0{,}65 = 65\,\%$$

$$n = 0{,}11\ \text{moles de } O_2 \cdot \frac{32\ g\ de\ O_2}{1\ mol\ de\ O_2} = 3{,}5\ g\ de\ O_2$$

$$n = 0{,}06\ \text{moles de } H_2O \cdot \frac{18\ g\ de\ H_2O}{1\ mol\ de\ H_2O} = 1{,}1\ g\ de\ H_2O$$

Actividad de refuerzo pág. 94

Halla la composición centesimal del KH_2PO_4 —dihidrógenotetraoxofosfato (V) de potasio— [antiguamente, fosfato diácido de potasio].

***Datos:* M_{at} H = 1 ; O = 16 ; P = 30,9 ; K = 39,1**

Solución:

El total de la masa de la molécula es:

$M_{mol} = 39{,}1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 30{,}9 \cdot 1 + 16 \cdot 4 = 136$

Por lo que la composición centesimal es:

K: $39{,}1 \cdot 1/136 \times 100\,\% = 28{,}7\,\%$

H: $1 \cdot 2/136 \times 100\,\% = 1{,}5\,\%$

P: $30{,}9 \cdot 1/136 \times 100\,\% = 22{,}7\,\%$

O: $16 \cdot 4/136 \times 100\,\% = 47{,}1\,\%$

Actividad de ampliación pág. 94

Calcula la masa molecular correspondiente a la fórmula empírica de un compuesto con la siguiente composición centesimal: K, 15,1%; Al, 10,5%; S, 24,8% y O, 49,6%.

***Datos:* M_{at} O = 16 ; Al = 26,9 ; S = 32 ; K = 39,1**

Solución:

$$\frac{15{,}1\ g\ de\ K}{100\ g} \cdot \frac{1\ mol\ de\ át.\ de\ K}{39{,}1\ g\ de\ K} = 0{,}0039\ át.\ de\ K$$

$$\frac{10{,}5\ g\ de\ Al}{100\ g} \cdot \frac{1\ mol\ de\ át.\ de\ Al}{26{,}9\ g\ de\ Al} = 0{,}0039\ át.\ de\ Al$$

$$\frac{24{,}8\ g\ de\ S}{100\ g} \cdot \frac{1\ mol\ de\ át.\ de\ S}{32\ g\ de\ S} = 0{,}0078\ át.\ de\ S$$

$$\frac{49{,}6\ g\ de\ O}{100\ g} \cdot \frac{1\ mol\ de\ át.\ de\ O}{16\ g\ de\ O} = 0{,}031\ át.\ de\ O$$

Dividiendo todos los valores por 0,0039 para convertirlos en enteros, nos queda:

$KAlS_2O_8$. Realmente es $KAl(SO_4)_2$.

Evaluación

1. **Escribe las tres leyes ponderales más importantes, comentando quién las enunció.**

   Solución:

   Pregunta teórica donde deben responder a:

   Ley de conservación de la masa de Lavoisier;

   Ley de las proporciones definidas de Proust;

   Ley de las proporciones múltiples de Dalton.

2. Calcula el número de moléculas, átomos y moles que hay en 8 g de oxígeno gas y la masa en gramos y umas de 0,2 moles de nitrógeno gas, sabiendo que ambos gases son biatómicos.

***Datos:* M_{at} N = 14; O = 16**

Solución:

$$8 \text{ g de } O_2 \cdot \frac{1 \text{ mol de } O_2}{32 \text{ g de } O_2} = 0{,}25 \text{ moles de } O_2$$

$$0{,}25 \text{ moles de } O_2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } O_2}{1 \text{ mol de } O_2} = 1{,}5 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } O_2$$

$$1{,}5 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } O_2 \cdot \frac{2 \text{ átomos de O}}{1 \text{ molécula de } O_2} = 3 \cdot 10^{23} \text{ átomos de O}$$

$$0{,}2 \text{ moles de } N_2 \cdot \frac{28 \text{ g}}{1 \text{ mol de } N_2} = 5{,}6 \text{ g}$$

$$5{,}6 \text{ g} \cdot \frac{6 \cdot 10^{23} \text{ umas}}{1 \text{ g}} = 3{,}3 \cdot 10^{24} \text{ umas}$$

o $$0{,}2 \text{ moles de } N_2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } N_2}{1 \text{ mol de } N_2} \cdot \frac{28 \text{ umas}}{1 \text{ molécula de } N_2} = 3{,}3 \cdot 10^{24} \text{ umas}$$

3. Una determinada cantidad de un gas ideal, que se encuentra a una presión de 0,2 atm y una temperatura de 35 °C, ocupa un volumen de 17 L. Mediante dos procesos seguidos, primero se aumenta la presión hasta 700 mmHg —manteniendo constante la temperatura— y luego se eleva la temperatura hasta 210 °C —manteniendo constante la presión—. ¿Cuál será el volumen que ocupa al final el gas? ¿Cuántos moles de gas tenemos?

***Datos:* R = 0,082 atm L mol^{-1} K^{-1}**

Solución:

Sería interesante que se hubieran dado cuenta de que la solución se puede hacer en un solo paso:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Leftrightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{0{,}2 \text{ atm} \cdot 17 \text{ L} \cdot 483 \text{ K}}{700 \text{ mmHg} \cdot \dfrac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mmHg}} \cdot 308 \text{ K}} = 5{,}79 \text{ L}$$

$$p_1 V_1 = n R T_1 \Leftrightarrow n = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{0{,}2 \text{ atm} \cdot 17 \text{ L}}{0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 308 \text{ K}} = 0{,}13 \text{ moles}$$

4. Calcula la proporción centesimal en la que se encuentran los distintos elementos que componen el etanol (C_2H_5OH).

***Datos:* M_{at} H = 1; C = 12; O = 16**

Solución:

La M_{mol} del etanol es:

$$12 \cdot 2 + 1 \cdot 5 + 16 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 46 \text{ u/molécula}$$

$$\text{C: 2 átomos de carbono} \cdot \frac{12 \text{ u}}{1 \text{ átomo de carbono}} \cdot \frac{100\,\%}{46 \text{ u}} = 52{,}2\,\%$$

$$\text{H: 6 átomos de hidrógeno} \cdot \frac{1 \text{ u}}{1 \text{ átomo de hidrógeno}} \cdot \frac{100\,\%}{46 \text{ u}} = 13{,}0\,\%$$

$$\text{O: 1 átomo de oxígeno} \cdot \frac{16 \text{ u}}{1 \text{ átomo de oxígeno}} \cdot \frac{100\,\%}{46 \text{ u}} = 34{,}8\,\%$$

5. Calcula la masa molecular de un gas, sabiendo que su densidad es 1,96 g/L en condiciones normales.

De la ecuación $p\,V = n\,R\,T$, se puede hallar n:

$$n = \frac{p V}{R T} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 1 \text{ L}}{0{,}082 \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 273 \text{ K}} = 0{,}0447 \text{ moles}$$

Como $n = \dfrac{m}{M_{mol}} \Leftrightarrow M_{mol} = \dfrac{m}{n} = \dfrac{1{,}96 \text{ g}}{0{,}0447 \text{ moles}} \approx 44 \dfrac{\text{g}}{\text{mol}}$

Actividad de refuerzo pág. 115

Ajusta las siguientes reacciones químicas:

$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O$

$C + H_2 \rightarrow CH_4$

$HCl + Mg(OH)_2 \rightarrow MgCl_2 + H_2O$

$SnO + O_2 \rightarrow SnO_2$

$Al(OH)_3 + H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2O$

$Fe_2(CO_3)_3 + HBr \rightarrow FeBr_3 + H_2O + CO_2$

$C_8H_{18} + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

Solución:

$2\,H_2 + O_2 \rightarrow 2\,H_2O$

$C + 2\,H_2 \rightarrow CH_4$

$2\,HCl + Ca(OH)_2 \rightarrow CaCl_2 + H_2O$

$2\,SnO + O_2 \rightarrow 2\,SnO_2$

$2\,Al(OH)_3 + 3\,H_2SO_4 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6\,H_2O$

$Fe_2(CO_3)_3 + 6\,HBr \rightarrow 2\,FeBr_3 + 3\,H_2O + 3\,CO_2$

$2\,C_8H_{18} + 25\,O_2 \rightarrow 16\,CO_2 + 18\,H_2O$

Actividad de refuerzo pág. 117

De los siguientes factores de conversión, di cuáles son los interactivos y los unitarios y, entre éstos, di cuáles son correctos y cuáles falsos.

$$\frac{1\text{ mol de AgCl}}{108{,}3\text{ g de AgCl}};\ \frac{3\text{ moles de }O_2}{2\text{ moles de }KClO_3}$$

$$\frac{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}{2\text{ mol de AgCl}};\ \frac{20\text{ L de }O_2}{100\text{ L de aire}}$$

$$\frac{311{,}6\text{ g de }Ag_2SO_4}{1\text{ mol de }Ag_2SO_4};\ \frac{12\text{ g de C}}{1\text{ mol de C}}$$

$$\frac{24{,}2\text{ L de gas en cn}}{1\text{ mol de gas}};\ \frac{201{,}8\text{ g de }ZnCl_2}{2\text{ moles de }ZnCl_2}$$

$$\frac{1\text{ mol de }KClO_3}{22{,}6\text{ g de }KClO_3};\ \frac{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}{2\text{ moles de AgCl}}$$

Solución:

$\frac{1\text{ mol de AgCl}}{108{,}3\text{ g de AgCl}}$: Unitario. Es falso. Son 134,3 g.

$\frac{3\text{ mol de }O_2}{2\text{ moles de }KClO_3}$: Interactivo.

$\frac{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}{2\text{ moles de AgCl}}$: Interactivo.

$\frac{20\text{ L de }O_2}{100\text{ L de aire}}$: Interactivo.

$\frac{311{,}6\text{ g de }Ag_2SO_4}{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}$: Unitario. Es correcto.

$\frac{12\text{ g de C}}{1\text{ mol de C}}$: Unitario. Es correcto.

$\frac{24{,}2\text{ L de gas en cn}}{1\text{ mol de gas}}$: Unitario. Es falso. Son 22,4 L.

$\frac{201{,}8\text{ g de }ZnCl_2}{2\text{ moles de }ZnCl_2}$: Unitario. Es correcto. Se puede simplificar.

$\frac{1\text{ mol de }KClO_3}{22{,}6\text{ g de }KClO_3}$: Unitario. Es falso. Son 122,6 g.

$\frac{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}{2\text{ moles de AgCl}}$: Interactivo.

Se les debe recordar que no podemos afirmar que un factor de conversión interactivo es falso o no, porque depende de la reacción o condiciones en las que estemos.

Actividad de ampliación pág. 118

Queremos obtener 100 g de AgCl —cloruro de plata— y para ello mezclamos en disolución acuosa Ag_2SO_4 —tetraoxosulfato(VI) de plata— y $ZnCl_2$ —cloruro de zinc—. Sabemos que el rendimiento de la reacción es del 86 % y que el sulfato de plata es de una riqueza del 70 %. ¿Qué cantidad debemos gastar de cada reactivo?

Datos: ***M_{at}*** **O = 16; S = 32; Cl = 35,5 ; Zn = 65,4; Ag = 107,8**

Solución:

Escribimos la ecuación y la ajustamos:

$$Ag_2SO_4 + ZnCl_2 \longrightarrow ZnSO_4 + 2\,AgCl$$

Resolvemos el problema por factores de conversión:

$$100\text{ g de AgCl obtenidos} \cdot \frac{100\text{ g de AgCl teóricos}}{86\text{ g de AgCl obtenidos}} \cdot \frac{1\text{ mol de AgCl}}{143{,}3\text{ g de AgCl}} \cdot \frac{1\text{ mol de }Ag_2SO_4}{2\text{ moles de AgCl}} \cdot \frac{311{,}6\text{ g de }Ag_2SO_4\text{ puro}}{1\text{ mol de }Ag_2SO_4} \cdot \frac{100\text{ g de }Ag_2SO_4\text{ reactivo}}{70\text{ g de }Ag_2SO_4\text{ puro}} = 180\text{ g de }Ag_2SO_4\text{ reactivo}$$

$$100\text{ g de AgCl obtenidos} \cdot \frac{100\text{ g de AgCl teóricos}}{86\text{ g de AgCl obtenidos}} \cdot \frac{1\text{ mol de AgCl}}{143{,}3\text{ g de AgCl}} \cdot \frac{1\text{ mol de }ZnCl_2}{2\text{ moles de AgCl}} \cdot \frac{100{,}9\text{ g de }ZnCl_2}{1\text{ mol de }ZnCl_2} = 41\text{ g de }ZnCl_2$$

Actividad de ampliación pág. 119

En la reacción de descomposición del $KClO_3$ —trioxoclorato (V) de potasio (clorato potásico)— se obtiene KCl —cloruro de potasio— y oxígeno. Si tenemos un clorato potásico comercial del

56 % y el rendimiento de la reacción es del 84 %, calcula la presión a la que se encuentra el oxígeno obtenido al descomponer 45 g de $KClO_3$ si lo guardamos en una botella metálica de 5 L de capacidad a 20 °C.

Datos: ***M_{at}*** **O = 16; Cl = 35,5; K = 39,1**

Solución:

Escribimos la ecuación y la ajustamos:

$$2\ KClO_3 \longrightarrow 2\ KCl + 3\ O_2$$

Resolvemos el problema por factores de conversión:

$$45\text{ g de }KClO_3\text{ com} \cdot \frac{56\text{ g de }KClO_3\text{ puro}}{100\text{ g de }KClO_3\text{ com}} \cdot \frac{1\text{ mol de }KClO_3}{122{,}6\text{ g de }KClO_3} \cdot$$

$$\cdot \frac{3\text{ moles de }O_2\text{ teóricos}}{2\text{ mol de }KClO_3} \cdot \frac{84\text{ moles de }O_2\text{ reales}}{100\text{ moles de }O_2\text{ teóricos}} =$$

$$= 0{,}26\text{ moles de }O_2\text{ gas reales.}$$

Aplicando $p\ V = n\ R\ T$:

$$p = \frac{n\ R\ T}{V} = \frac{0{,}26\text{ moles} \cdot 0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 293\text{ K}}{5\text{ L}} = 1{,}25\text{ atm}$$

Actividad de ampliación pág. 120

En la reacción de combustión de la gasolina (C_8H_{18}) se consume oxígeno y se forma dióxido de carbono y agua. En un recipiente metálico de 5 L que contiene gasolina y aire y capaz de resistir presiones y temperaturas altas sin deformarse, se inicia la combustión de ésta. ¿Qué volumen de CO_2 y de agua vapor se obtiene en la combustión? ¿Cuál es la presión final en el recipiente cuando termina la combustión si inicialmente era de 1 atm? ¿Cuál será la presión en el interior del recipiente cuando descienda hasta alcanzar la temperatura inicial?

Datos: **Temperatura final de la combustión = 700 °C. Temperatura inicial = 20 °C. Proporción de oxígeno en el aire = 20 %.**

Solución:

A pesar del enunciado difícil que tiene el problema, la solución es muy fácil y nos sirve para demostrar a los alumnos que deben leer y entender bien los enunciados antes de hacer un problema.

Debemos ajustar la reacción de combustión:

$$2\ C_8H_{18} + 25\ O_2 \longrightarrow 16\ CO_2 + 18\ H_2O$$

Resolvemos el problema utilizando los litros directamente en vez de los moles:

$$5\text{ L de aire} \cdot \frac{20\text{ L de }O_2}{100\text{ L de aire}} \cdot \frac{16\text{ L de }CO_2}{25\text{ L de }O_2} = 0{,}64\text{ L de }CO_2$$

$$5\text{ L de aire} \cdot \frac{20\text{ L de }O_2}{100\text{ L de aire}} \cdot \frac{18\text{ L de }H_2O\text{ vapor}}{25\text{ L de }O_2} = 0{,}72\text{ L de }H_2O\text{ vapor}$$

A 20 °C tendremos el resto del aire (4 L) y los 0,64 L de CO_2 en forma de gas, puesto que el agua es líquida, o sea, 4,64 L de gas. Como inicialmente teníamos 5 L contenidos a 1 atm, si sólo nos quedan 4,64 L, la presión habrá disminuido, ya que hay menos gas:

$$4{,}64\text{ L de gas} \cdot \frac{1\text{ atm}}{5\text{ L de gas}} = 0{,}93\text{ atm a }20\text{ °C}$$

A 700 °C tendremos el resto del aire (4 L), los 0,64 L de CO_2 y los 0,72 L de H_2O en forma de gas, o sea, 5,36 L de gas. Como inicialmente teníamos 5 L contenidos en un recipiente a 1 atm y 20 °C, si los lleváramos a 700 °C, la presión sería:

$$\frac{p_0}{T_0} = \frac{p_f}{T_f} \Leftrightarrow p_f = \frac{p_0\ T_f}{T_0} = \frac{1\text{ atm} \cdot 973\text{ K}}{293\text{ K}} = 3{,}32\text{ atm a }700\text{ °C}$$

Por lo tanto:

$$5{,}64\text{ L de gas} \cdot \frac{3{,}32\text{ atm}}{5\text{ L de gas}} = 3{,}74\text{ atm a }700\text{ °C}$$

(Si hacen el cálculo de la gasolina consumida, unos 10 g, verán que es una cantidad tan despreciable que no es necesario tener en cuenta su existencia a efectos de volumen.)

Actividad de ampliación pág. 121

En una habitación de 10 m² y con una altura de 2,70 m, inicialmente a 20 °C, 1 atm y sin ningún objeto en su interior, introducimos 20 kg de carbón que prendemos. Salimos y cerramos herméticamente todas las rendijas. Cuando se detenga la combustión, ¿cuánto carbón quedará sin arder?

Datos: **El aire tiene un 20 % de oxígeno. Despreciar el efecto de volumen del carbón.**

Solución:

La reacción que tiene lugar es:

$$C + O_2 \longrightarrow CO_2$$

Si la reacción está limitada por el oxígeno, debemos calcular cuánto carbón arderá.

$$V = S\ h = 10\text{ m}^2 \cdot 2{,}70\text{ m} = 27\text{ m}^3$$

De éstos, el 20 % es oxígeno, por lo que:

$$27\text{ m}^3\text{ de aire} \cdot \frac{1\,000\text{ L}}{1\text{ m}^3} \cdot \frac{20\text{ L de }O_2}{100\text{ L de aire}} = 5\,400\text{ L de }O_2$$

$$n = \frac{p\ V}{R\ T} = \frac{1\text{ atm} \cdot 5\,400\text{ L}}{0{,}082\ \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 293\text{ K}} = 225\text{ moles de }O_2$$

$$225\text{ mol de }O_2 \cdot \frac{1\text{ mol de C}}{1\text{ mol de }O_2} \cdot \frac{12\text{ g de C}}{1\text{ mol de C}} = 2{,}7\text{ kg de C}$$

Como inicialmente había 20 kg, quedan sin arder 20 kg – 2,7 kg = = 17,3 kg de carbón.

Actividad de refuerzo pág. 122

Calcula la molaridad y la normalidad de una disolución formada al añadir 15 g de cada una de las siguientes sustancias en 100 mL de agua.

Datos: ***M_{at}*** **H = 1; O = 16; Na = 23; S = 32**

a) **H_2SO_4** ***b)*** **NaOH** ***c)*** **H_2S**

Solución:

a) $M = \dfrac{m_{soluto}}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g}}{98\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 100\ \text{mL} \cdot \dfrac{1\ \text{L}}{1000\ \text{mL}}} = 1{,}5\ \text{M}$

$N = \dfrac{m_{soluto}\ a}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g} \cdot 2\ \dfrac{\text{eq}}{\text{mol}}}{98\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 0{,}1\ \text{L}} = 3{,}1\ \text{N}$

b) $M = \dfrac{m_{soluto}}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g}}{40\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 100\ \text{mL} \cdot \dfrac{1\ \text{L}}{1000\ \text{mL}}} = 3{,}7\ \text{M}$

$N = \dfrac{m_{soluto}\ a}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g} \cdot 1\ \dfrac{\text{eq}}{\text{mol}}}{40\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 0{,}1\ \text{L}} = 3{,}7\ \text{N}$

c) $M = \dfrac{m_{soluto}}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g}}{34\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 100\ \text{mL} \cdot \dfrac{1\ \text{L}}{1000\ \text{mL}}} = 4{,}4\ \text{M}$

$N = \dfrac{m_{soluto}\ a}{M_{mol\ soluto}\ V} = \dfrac{15\ \text{g} \cdot 2\ \dfrac{\text{eq}}{\text{mol}}}{34\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 0{,}1\ \text{L}} = 8{,}8\ \text{N}$

Actividad de ampliación pág. 123

En una vitrina vemos un ácido sulfúrico marcado como 10 N y sabemos que se ha usado para reacciones ácido-base. ¿Cuántos gramos de ácido sulfúrico habrá en una probeta que contiene 25 mL de éste ácido?

Si se utiliza este ácido en una reacción redox en la que se transforma en ion sulfuro (intercambio de 8 electrones), ¿cuál será ahora su normalidad?

Solución:

El ácido sulfúrico actúa con un valor de *a* igual a 2 en las reacciones ácido-base:

$$N = \frac{m_{soluto}\ a}{M_{mol\ soluto}\ V} \Rightarrow m_{soluto} = \frac{M_{mol\ soluto}\ V\ N}{a} =$$

$$= \frac{98\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 25\ \text{mL} \cdot \dfrac{1\ \text{L}}{1000\ \text{mL}} \cdot 10\ \dfrac{\text{eq}-\text{g}}{\text{L}}}{2\ \text{eq}-\text{g/mol}} = 12\ \text{g}$$

Calculamos la molaridad del ácido:

$$M = \frac{N}{a} = \frac{10\ \text{eq}-\text{g/L}}{2\ \text{eq}-\text{g/mol}} = \frac{5\ \text{moles}}{\text{L}} = 5\ \text{M}$$

Y ahora la nueva normalidad teniendo en cuenta que *a* vale 8, que es el número de electrones intercambiados:

$$N = M\ a = 5\ \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 8\ \frac{\text{eq}-\text{g}}{\text{mol}} = 40\ \text{N}$$

Actividad de refuerzo pág. 126

Clasificar las siguientes reacciones químicas:

$$2\ H_2 + O_2 \longrightarrow 2\ H_2O$$
$$C + 2\ H_2 \longrightarrow CH_4$$
$$2\ HCl + Ca(OH)_2 \longrightarrow CaCl_2 + H_2O$$
$$2\ SnO + O_2 \longrightarrow 2\ SnO_2$$
$$2\ Al(OH)_3 + 3\ H_2SO_4 \longrightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O$$
$$Fe_2(CO_3)_3 + 6\ HBr \longrightarrow 2\ FeBr_3 + 3\ H_2O + 3\ CO_2$$
$$2\ C_8H_{18} + 25\ O_2 \longrightarrow 16\ CO_2 + 18\ H_2O$$

Solución:

$2\ H_2 + O_2 \longrightarrow 2\ H_2O$	Descomposición
$C + 2\ H_2 \longrightarrow CH_4$	Síntesis
$2\ HCl + Ca(OH)_2 \longrightarrow CaCl_2 + H_2O$	Sustitución (neutral.)
$2\ SnO + O_2 \longrightarrow 2\ SnO_2$	Síntesis
$2\ Al(OH)_3 + 3\ H_2SO_4 \longrightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O$	Sustitución (neutral.)
$Fe_2(CO_3)_3 + 6\ HBr \longrightarrow 2\ FeBr_3 + 3\ H_2O + 3\ CO_2$	Sust. y descomposición
$2\ C_8H_{18} + 25\ O_2 \longrightarrow 16\ CO_2 + 18\ H_2O$	Sustitución (combustión)

Actividad de refuerzo pág. 129

Ajusta las siguientes reacciones de combustión sin utilizar la fórmula del libro, y luego comprueba el resultado utilizándola:

a) **$C_6H_6 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$ (benceno)**
b) **$C_{10}H_{20} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$ (deceno)**
c) **$C_3H_8 + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O$ (propano)**

Solución:

a) $a\ C_6H_6 + b\ O_2 \longrightarrow c\ CO_2 + d\ H_2O$

Por C: $6\ a = c$
Por H: $6\ a = 2\ d$
Por O: $2\ b = 2\ c + d$
$a = 2$ hace $c = 12$, $d = 6$ y $b = 15$
$2\ C_6H_6 + 15\ O_2 \longrightarrow 12\ CO_2 + 6\ H_2O$

b) $a\ C_{10}H_{20} + b\ O_2 \longrightarrow c\ CO_2 + d\ H_2O$

Por C: $10\ a = c$
Por H: $20\ a = 2\ d$
Por O: $2\ b = 2\ c + d$
$a = 1$ hace $c = 10$, $d = 10$ y $b = 15$
$C_{10}H_{20} + 15\ O_2 \longrightarrow 10\ CO_2 + 10\ H_2O$

c) $a\ C_3H_8 + b\ O_2 \longrightarrow c\ CO_2 + d\ H_2O$

Por C: $3\ a = c$
Por H: $8\ a = 2\ d$
Por O: $2\ b = 2\ c + d$
$a = 1$ hace $c = 3$, $d = 4$ y $b = 5$
$C_3H_8 + 5\ O_2 \longrightarrow 3\ CO_2 + 4\ H_2O$

Evaluación

1. Ajusta las siguientes reacciones químicas, indicando además de qué tipo de reacción se trata.

$$\mathbf{C + H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6}$$
$$\mathbf{FeO + O_2 \longrightarrow Fe_2O_3}$$
$$\mathbf{Ni_2(CO_3)_3 + HCl \longrightarrow NiCl_3 + H_2O + CO_2}$$
$$\mathbf{Au(OH)_3 + H_4P_2O_7 \longrightarrow Au_4(P_2O_7)_3 + H_2O}$$

Solución:

$6\ C + 6\ H_2O \longrightarrow C_6H_{12}O_6$; síntesis o formación.

$4\ FeO + O_2 \longrightarrow 2\ Fe_2O_3$; síntesis o formación.

$Ni_2(CO_3)_3 + 6\ HCl \longrightarrow 2\ NiCl_3 + 3\ H_2O + 3\ CO_2$; desplazamiento y análisis.

$4\ Au(OH)_3 + 3\ H_4P_2O_7 \longrightarrow Au_4(P_2O_7)_3 + 12\ H_2O$; desplazamiento.

2. Calcula la concentración en g/L y la molaridad de una disolución de hidróxido sódico (NaOH) al 15 % en masa, que tiene una densidad de 1,12 g/mL.

Datos: $\boldsymbol{M_{at}}$ **H = 1; Na = 23; O = 16**

Tomamos 1 litro de dicha disolución. Tenemos por tanto:

$$1\ \text{L de disolución} \cdot \frac{1\,000\ \text{mL}}{1\ \text{L}} \cdot \frac{1{,}12\ \text{g}}{1\ \text{mL}} \cdot \frac{15\ \text{g de NaOH}}{100\ \text{g de disolución}} = 168\ \text{g de NaOH}$$

La concentración del hidróxido sódico es 168 g/L.

$$\frac{168\ \text{g de NaOH}}{1\ \text{L}} \cdot \frac{1\ \text{mol de NaOH}}{40\ \text{g de NaOH}} = 4{,}2\ \text{M}$$

3. Tenemos 25 mL de una disolución de ácido sulfúrico ($\mathbf{H_2SO_4}$) 3 M. ¿Qué volumen de una disolución 0,5 N de KOH hay que añadirle para producir la neutralización completa del ácido?

Para resolver el problema necesitamos conocer la concentración normal del H_2SO_4. Como el ácido es capaz de intercambiar 2 protones, a vale 2.

$N = M\ a = 3\ \text{M} \cdot 2\ \text{equivalentes/mol} = 6\ \text{N}$

Aplicamos la fórmula $V\ N = V'\ N'$

$25\ \text{mL} \cdot 6\ \text{N} = V' \cdot 0{,}5\ \text{N}$, de donde $V' = 300\ \text{mL de KOH}$

4. En la reacción de combustión del pentano con oxígeno se forma $\mathbf{CO_2}$ y agua.

$$\mathbf{C_5H_{12} + O_2 \longrightarrow CO_2 + H_2O}$$

Ajusta la reacción y contesta:

a) **¿Cuántos gramos de agua se obtienen al quemar completamente 160 g de pentano?**

b) **¿Cuántos litros de oxígeno, medidos a 720 mmHg de presión y 22 °C, se necesitan para producir la combustión?**

c) **¿Cuántos litros de $\mathbf{CO_2}$, medidos en las mismas condiciones, se obtendrán?**

$$C_5H_{12} + 8\ O_2 \longrightarrow 5\ CO_2 + 6\ H_2O$$

a) $$160\ \text{g de } C_5H_{12} \cdot \frac{1\ \text{mol de } C_5H_{12}}{72\ \text{g de } C_5H_{12}} \cdot \frac{6\ \text{moles de } H_2O}{1\ \text{mol de } C_5H_{12}} \cdot \frac{18\ \text{g de } H_2O}{1\ \text{mol de } H_2O} = 240\ \text{g de } H_2O$$

b) $$160\ \text{g de } C_5H_{12} \cdot \frac{1\ \text{mol de } C_5H_{12}}{72\ \text{g de } C_5H_{12}} \cdot \frac{8\ \text{moles de } O_2}{1\ \text{mol de } C_5H_{12}} = 17{,}8\ \text{moles de } O_2$$

$$p\ V = n\ R\ T \Leftrightarrow V = \frac{n\ R\ T}{p} = \frac{17{,}8\ \text{moles de } O_2 \cdot 0{,}082\ \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 295\ \text{K}}{720\ \text{mmHg} \cdot \dfrac{1\ \text{atm}}{760\ \text{mmHg}}} = 455\ \text{L de } O_2$$

c) Partiendo de que las reacciones están ajustadas tanto en moles como en litros:

$$455\ \text{L de } O_2 \cdot \frac{5\ \text{L de } CO_2}{8\ \text{L de } O_2} = 284\ \text{L de } CO_2$$

5. En la reacción química:

$\mathbf{Ni_2(CO_3)_3 + HCl \longrightarrow NiCl_3 + H_2O + CO_2}$ se desprenden 24 litros de $\mathbf{CO_2}$, en condiciones normales, cuando se hacen reaccionar 120 g de $\mathbf{Ni_2(CO_3)_3}$ puro con la cantidad necesaria de HCl.

a) **¿Cuál es el rendimiento de la reacción?**

b) **Si el rendimiento hubiera sido del 100 %, ¿cuántos moles de HCl hubiéramos necesitado gastar?**

Datos: $\boldsymbol{M_{at}}$ **Ni = 58,7; O = 16; C = 12; Cl = 35,5; C = 12**

Primero hay que ajustar la reacción:

$$Ni_2(CO_3)_3 + 6\ HCl \longrightarrow 2\ NiCl_3 + 3\ H_2O + 3\ CO_2$$

a) Se han formado: $p\ V = n\ R\ T \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow n = \frac{p\ V}{R\ T} = \frac{1\ \text{atm} \cdot 24\ \text{L de } CO_2}{0{,}082\ \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 273\ \text{K}} = 1{,}07\ \text{moles de } CO_2$$

$$\text{Se necesitan } 1{,}07\ \text{moles de } CO_2 \cdot \frac{1\ \text{mol de } Ni_2(CO_3)_3}{3\ \text{moles de } CO_2} \cdot \frac{297{,}4\ \text{g de } Ni_2(CO_3)_3}{1\ \text{mol de } Ni_2(CO_3)_3} = 106\ \text{g de } Ni_2(CO_3)_3$$

Como partíamos de 120 g, el rendimiento es $106\ \text{g de } Ni_2(CO_3)_3 \cdot \dfrac{100\ \%}{120\ \text{g de } Ni_2(CO_3)_3} = 88{,}3\ \%$

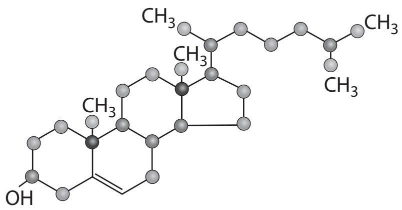
b) $$\text{Se hubieran necesitado } 1{,}07\ \text{moles de } CO_2 \cdot \frac{6\ \text{moles de HCl}}{3\ \text{moles de } CO_2} = 2{,}14\ \text{moles de HCl}$$

Actividad de refuerzo pág. 150

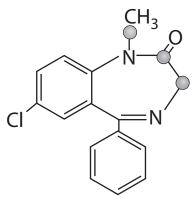
Entre los carbonos que no tengan enlaces múltiples, localiza los primarios, secundarios, terciarios y cuaternarios de las moléculas de colesterol (Fig. Actividad 2), diazepan (Fig. 4.8) y prostaglandina PGE2 (Fig. 4.7).

Solución:

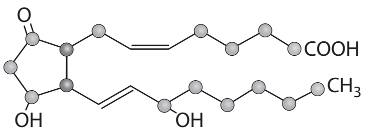
El colesterol tiene 2 carbonos cuaternarios (en color rojo), 6 terciarios (en rosa), 12 secundarios (en verde) y 5 primarios (en azul). Además, tiene 2 carbonos con enlace múltiple.



El diazepan estrictamente no tiene ningún carbono que sea primario puro (tiene uno que consideramos primario porque va unido a un nitrógeno que forma parte de la cadena (en azul) y 2 secundarios (pero también unidos a nitrógenos, en verde). Además, tiene 13 carbonos con enlace múltiple (12 de ellos aromáticos) y no tiene ni terciarios ni cuaternarios.

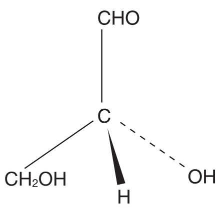


La prostaglandina tiene 2 terciarios (en rosa), 12 secundarios (en verde) y 2 primarios (en azul). Además, tiene 4 carbonos con enlace múltiple y no tiene cuaternarios.



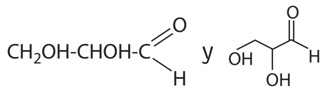
Actividad de refuerzo pág. 151

Escribe todos los tipos de fórmulas que se correspondan con la siguiente molécula:

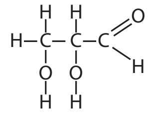


Solución:

Fórmula empírica: $(COH_2)n$
Fórmula molecular: $C_3O_3H_6$
Fórmulas semidesarrolladas: $CH_2OH–CHOH–CHO$,



Fórmula desarrollada:



Fórmula espacial: La del enunciado de la Actividad de refuerzo.

Actividad de ampliación pág. 152

Al quemar una muestra de una sustancia orgánica pura en exceso de oxígeno, observamos que la masa de agua obtenida es el 20,5 % de la masa de CO_2 resultante. ¿Cuál es la fórmula empírica del compuesto que hemos quemado? ¿Qué posibles fórmulas se te ocurren para él?

Si transformamos en gas 7,8 g de este compuesto a 90 °C dentro de una botella hermética e inextensible de 2 L, observamos que la presión es de 1,49 atm. ¿Cuál es la fórmula de dicho compuesto? ¿De qué compuesto se trata? Búscalo en Internet.

Solución:

Como el agua obtenida es el 20,5 % de la cantidad de CO_2, podemos suponer que tenemos 20,5 g de agua y 100 g de CO_2.

De los 20,5 g de agua, serían de hidrógeno:

$$20{,}5 \text{ g de agua} \cdot \frac{2 \text{ g de H}}{18 \text{ g de agua}} = 2{,}28 \text{ g de H}$$

$$2{,}28 \text{ g de hidrógeno} \cdot \frac{1 \text{ mol de át. de H}}{1 \text{ g de H}} = 2{,}28 \text{ mol át. de H}$$

De los 100 g de CO_2, serían de C:

$$100 \text{ g de } CO_2 \cdot \frac{12 \text{ g de C}}{44 \text{ g de } CO_2} = 27{,}3 \text{ g de C}$$

$$27{,}3 \text{ g de C} \cdot \frac{1 \text{ mol de át. de C}}{12 \text{ g de C}} = 2{,}27 \text{ mol át. de C}$$

Por lo que hay en el compuesto el mismo número de átomos de hidrógeno que de carbono.

La fórmula será, por tanto, $(CH)_n$.

Con esa fórmula, está el etino (C_2H_2), el butenino, el ciclobutino y el butatrieno (C_4H_4) y el benceno (C_6H_6). Hay otros, pero son muy complejos.

Por los datos que nos dan, y aplicando la ecuación de los gases perfectos, $p\, V = n\, R\, T$,

$1{,}49 \text{ atm} \cdot 2 \text{ L} = n \cdot 0{,}082 \text{ atm L mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 363 \text{ K}$, obtenemos que en esas condiciones el número de moles es 0,1, por lo que, como teníamos 7,8 g, la masa molecular es 78 g, correspondiendo a la fórmula C_6H_6, que es la del benceno.

Actividad de ampliación pág. 157

Cuando quemamos completamente una muestra de 3,500 g de un hidrocarburo en un exceso de oxígeno y luego eliminamos el

sobrante de éste, obtenemos que los productos de la reacción (CO_2 y H_2O) tienen una masa conjunta de 16,23 g. ¿Cuál es la fórmula empírica del compuesto? ¿De qué compuesto se trata?

Solución:

La reacción química que se produce es:

$$C_aH_b + \left(a + \frac{b}{4}\right) O_2 \longrightarrow a\, CO_2 + \frac{b}{2} H_2O$$

La masa molecular del compuesto es $12a + b$, por lo que de cada $12a + b$ g del hidrocarburo se obtienen $44a + 9b$ g de productos.

$$12a + b = 3{,}500 \quad \text{y} \quad 44a + 9b = 16{,}23$$

Despejando: $b = 3{,}500 - 12a$

Sustituyendo: $44a + 9 \cdot (3{,}5 - 12a) = 16{,}23$

$$a = 0{,}2386 \quad \text{y} \quad b = 0{,}6369$$

dividiendo por el más pequeño

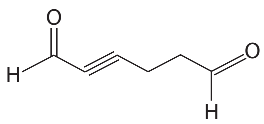
$$a = 1 \quad \text{y} \quad b = 8/3$$

Es el C_3H_8, o un múltiplo de él. Como no existe, porque con ese número de carbonos (6,...) no puede haber tantos hidrógenos (16,...), es el C_3H_8, que es el propano.

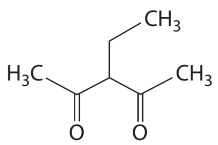
Actividad de ampliación pág. 165

Dibuja la fórmula de líneas de los siguientes compuestos: 2-hexinodial, 3-etilpentanodiona, formil-butanodial y 3-ciclohexenona.

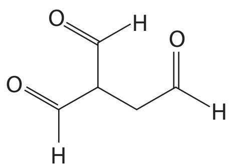
Solución:



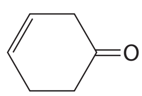
2-hexinodial



3-etilpentanodiona



2-formilbutanodial
(Formilbutanodial)



3-ciclohexenona

Actividad de ampliación pág. 174

¿Cuántos isómeros de fórmula C_4H_7OBr de cadena abierta eres capaz de encontrar? (Sólo pueden tener funciones que hayas estudiado en esta Unidad y excluye los éteres.) Nombra todos los que puedas y encuentra al menos un par de compuestos para cada una de los tipos de isomería que hemos presentado.

***Dato:* Ten en cuenta que no existen compuestos químicos que tengan en el mismo carbono un grupo alcohol y un doble enlace.**

Solución:

CH_3–CH_2–CHBr–CHO	2-bromobutanal
CH_3–CHBr–CH_2–CHO	3-bromobutanal
CH_2Br–CH_2–CH_2–CHO	4-bromobutanal
CH_3–C(CH_3)Br–CHO	2-bromo-2-metilpropanal
CH_2Br–C(CH_3)H–CHO	3-bromo-2-metilpropanal
CH_3–CH_2–CO–CH_2Br	1-bromobutanona
CH_3–CHBr–CO–CH_3	3-bromobutanona
CH_2Br–CH_2–CO–CH_3	4-bromobutanona
CH_3–CH=CH–CHBrOH	1-bromobut-2-en-1-ol
CH_3–CH=CBr–CH_2OH	2-bromobut-2-en-1-ol
CH_3–CBr=CH–CH_2OH	3-bromobut-2-en-1-ol
CH_2Br–CH=CH–CH_2OH	4-bromobut-2-en-1-ol
CH_2=CH–CH_2–CHBrOH	1-bromobut-3-en-1-ol
CH_2=CH–CHBr–CH_2OH	2-bromobut-3-en-1-ol
CH_2=CBr–CH_2–CH_2OH	3-bromobut-3-en-1-ol
CHBr=CH–CH_2–CH_2OH	4-bromobut-3-en-1-ol
CH_2=CH–CHOH–CH_2Br	1-bromobut-3-en-2-ol
CH_2=CH–CBrOH–CH_3	2-bromobut-3-en-2-ol
CH_2=CBr–CHOH–CH_3	3-bromobut-3-en-2-ol
CHBr=CH–CHOH–CH_3	4-bromobut-3-en-2-ol
CH_2=C(CH_3)–CHBrOH	1-bromo-2-metilprop-2-en-1-ol
CHBr=C(CH_3)–CH_2OH	4-bromo-2-metilprop-2-en-1-ol
CH_2=C(CH_2Br)–CH_2OH	2-(bromometil)prop-2-en-1-ol

Es muy interesante que observen que si no hubiéramos puesto la limitación de los éteres y las cadenas cerradas, el número de isómeros sería elevadísimo.

Presentan isomería de cadena el 4, 5, 21, 22 y 23, con sus equivalentes, al ser prop y no but la cadena principal.

Presentan isomería de posición los que, compartiendo el mismo nombre, tienen localizadores distintos.

Presentan isomería de función por un lado todos los aldehídos con. Por otro lado, todas las cetonas y con, por último, todos los enoles.

Isomería cis-trans presentan 9, 10, 11, 12, 16, 20 y 22.

Isomería óptica presentan 1, 2, 4, 5, 7, 9, 13, 14, 17, 18, 19, 20 y 21.

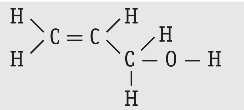
En total, hemos encontrado 45 isómeros (el 9 y el 20 son cuatro versiones distintas, al tener los dos tipos de isomería).

Evaluación

1. **Sabiendo que el compuesto C_3H_6O es un alqueno no cíclico con un grupo alcohol en el carbono que no tiene dobles enlaces, escribe las fórmulas empírica, molecular, semidesarrollada y desarrollada de dicho compuesto. ¿Cómo se llama? ¿Tiene isómeros espaciales? ¿De qué tipo?**

   Solución:

   Como tiene tres carbonos y en uno de ellos tiene un grupo alcohol y en los otros dos tiene un doble enlace, no hay más posibilidades de que sea el 2-propen-1-ol, del que se puede prescindir de los números, ya que no hay lugar a error, y por lo tanto sería el propenol (no puede ir un grupo alcohol en un carbono con doble enlace, por ser forma resonante con aldehídos y cetonas).

Empírica y molecular	C_3H_6O
Semidesarrollada	$CH_2{=}CH{-}CH_2OH$
Desarrollada	

No presenta isomería espacial, ni cis-trans, ni óptica.

2. ¿Cuál es la fórmula empírica y la molecular de un compuesto formado por un 54,5 % de carbono, un 9,1 % de hidrógeno y el resto de oxígeno? Si es un ácido sin ramificaciones, ¿cómo se llama?

***Datos:* 5 g del compuesto, en estado gaseoso, ocupan 2,33 L, a 177 °C y 0,9 atm de presión.**

Solución:

Primero calculamos la masa molecular, que la obtenemos de la ley de los gases ideales:

$$p\,V = n\,R\,T \Leftrightarrow n = \frac{p\,V}{R\,T} = \frac{0{,}9 \text{ atm} \cdot 2{,}33 \text{ L}}{0{,}082 \cdot \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 450 \text{ K}} = 0{,}0568 \text{ moles}$$

$$\text{Como } n = \frac{m}{M_{\text{mol}}} \Leftrightarrow M_{\text{mol}} = \frac{m}{n} = \frac{5 \text{ g}}{0{,}0568 \text{ moles}} = 88 \text{ g/mol}$$

Ahora procedemos a ver cuántos átomos tiene de cada elemento en una molécula:

$$\frac{88 \text{ u}}{\text{molécula}} \cdot \frac{9{,}1 \text{ partes de hidrógeno}}{100 \text{ partes}} \cdot \frac{1 \text{ átomo de hidrógeno}}{1 \text{ u de hidrógeno}} = \frac{8 \text{ átomos de hidrógeno}}{\text{molécula}}$$

$$\frac{88 \text{ u}}{\text{molécula}} \cdot \frac{54 \text{ partes de carbono}}{100 \text{ partes}} \cdot \frac{1 \text{ átomo de carbono}}{12 \text{ u de carbono}} = \frac{2 \text{ átomos de carbono}}{\text{molécula}}$$

$$\frac{88 \text{ u}}{\text{molécula}} \cdot \frac{36{,}4 \text{ partes de oxígeno}}{100 \text{ partes}} \cdot \frac{1 \text{ átomo de oxígeno}}{16 \text{ u de oxígeno}} = \frac{2 \text{ átomos de oxígeno}}{\text{molécula}}$$

La fórmula molecular es $C_4H_8O_2$; la fórmula empírica es $(C_2H_4O)_n$, y el ácido es el ácido butanoico (butírico).

3. Nombra los siguientes compuestos orgánicos:

a) $CH_3{-}CH{=}CH{-}COOH$

b) $CH_2{=}CH{=}CH{-}CH{-}CH_2{-}CH_3$

c) $CH_3{-}CH_2{-}CHOH{-}CH_3$

d)

$$CH_3{-}CH_2{-}\underset{\underset{\displaystyle CH_3}{|}}{\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}}{-}CHO$$

e)

$$CH_3{-}CH_2{-}\underset{\underset{\displaystyle CH_2{-}CH_3}{|}}{\overset{\overset{\displaystyle CH_3}{|}}{C}}{-}CH_2{-}CH_3$$

f) $CH_3{-}CH_2{-}CONH_2$

Solución:

a) ácido 2-butenoico; *b)* 1,3-hexadieno; *c)* 2-butanol; *d)* 2,2-dimetilbutanal; *e)* 3-etil-3-metilpentano; *f)* propanoamida o propanamida.

4. Rellena el siguiente cuadro:

Compuesto	Grupo	Sufijo
Alcanos	$-\overset{\vert}{\underset{\vert}{C}}-$	
Alquenos		
Alquinos		
Alcohol		-ol
Aldehído		
Cetona		
Ácido		
Amina		
Amida		
Derivado halogenado		

Solución:

Dejamos el grupo alcano y el -ol para que sepan qué es lo que pedimos.

Compuesto	Grupo	Sufijo
Alcanos	$-\overset{\vert}{\underset{\vert}{C}}-$	-ano
Alquenos	$>C=C<$	-eno
Alquinos	$-C\equiv C-$	-ino
Alcohol	$-O-H$	-ol
Aldehído	$-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-H$	-al
Cetona	$-\overset{\overset{O}{\Vert}}{C}-$	-ona

Compuesto	Grupo	Sufijo
Ácido	$-\overset{\overset{\large O}{\|\|}}{C}-OH$	-oico
Amina	$-NH_2$	-amina
Amida	$-\overset{\overset{\large O}{\|\|}}{C}-NH_2$	-amida
Derivado halogenado	$-X$ X=halógeno	

5. Formula los siguientes compuestos orgánicos:

a) **3-etil-2,2-dimetil-4-propiloctano.**

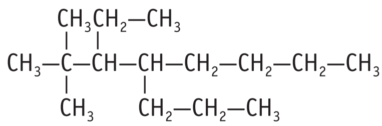
b) **metil-2-propanol.**

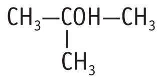
c) **ácido ciclopentanoico.**

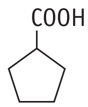
d) **3-pentanona.**

e) **1-penten-4-ino.**

f) **metilpropilamina o N-metilpropanamina.**

a) 

b) 

c) 

d) $CH_3-CH_2-CO-CH_2-CH_3$

e) $CH\equiv C-CH_2-CH=CH_2$

f) $CH_3-CH_2-CH_2-NH-CH_3$

Actividad de refuerzo pág. 208

En una carrera de Fórmula 1 retransmitida por televisión, la pantalla se encuentra dividida en dos cámaras: en una, situada en el vehículo que va quinta posición, se ve que el que va cuarto se sale por la izquierda de la escena, mientras los demás siguen delante. Y en otra cámara, vista desde el coche que va cuarto, se ve que los tres de delante se salen por la derecha de la imagen. Si sólo un coche abandona la carrera, ¿podrías decir qué ha pasado? ¿Cómo veríamos la escena desde una cámara fija situada 100 m detrás de la posición de los bólidos? ¿Por qué vemos tres movimientos tan diferentes?

Respuesta:

Por los datos que da el problema, debemos pensar que el coche que iba cuarto se ha salido en una curva a derechas, haciendo una trayectoria recta. Desde la cámara fija veríamos los coches alejándose de ella, pero el cuarto seguiría una línea recta mientras que todos los demás trazarían una curva hacia la derecha. Se ven tres escenas completamente diferentes porque usamos puntos de referencia distintos. En el primer caso vemos una escena desde el punto de vista de un móvil que describe el circuito; en el segundo, es un móvil con trayectoria rectilínea y en el tercero, un punto fijo. Estamos cambiando el sistema de referencia.

Actividad de ampliación pág. 212

Calcula el espacio recorrido y el desplazamiento realizado por un peatón que se mueve por un camino que bordea un terreno hexagonal de 100 m de lado, en cada vértice del hexágono.

Respuesta:

El hexágono se puede dividir en triángulos equiláteros que nos van a simplificar los cálculos.

Si salimos del vértice 1, los resultados serán:

Vértice 2:
Espacio recorrido 100 m
Desplazamiento 100 m

Vértice 3:
Espacio recorrido 200 m
Desplazamiento 173 m

Vértice 4:
Espacio recorrido 300 m
Desplazamiento 200 m

Vértice 5:
Espacio recorrido 400 m
Desplazamiento 173 m

Vértice 6:
Espacio recorrido 500 m
Desplazamiento 100 m

Vértice 1:
Espacio recorrido 600 m
Desplazamiento 0 m
El cálculo para el vértice 3 y 5 se hace triangulando.

$$a = 2\ b = 2\ l \text{ sen } 60 = 2 \cdot 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 173 \text{ m}$$

Actividad de refuerzo pág. 219

Especifica el signo que corresponde a los siguientes planteamientos:

a) **Un móvil que se lanza por una superficie horizontal con velocidad uniforme desde un punto que hace que el objeto pase por el origen al cabo de 2 s.**

b) **Un balón que se deja caer desde lo alto de una torre de 20 m de altura.**

c) **Un coche que frena en una recta hasta detenerse.**

d) **Un balón que se lanza hacia arriba desde el fondo de un pozo.**

a) Como el móvil pasa por el origen al cabo de un cierto tiempo, es porque la velocidad apunta desde el punto inicial hacia el origen. Por esa razón, el espacio inicial y la velocidad tienen signos contrarios. Cualquiera de las dos opciones es válida.

b) Como se deja caer desde lo alto de la torre, el espacio inicial es positivo. La aceleración es negativa, puesto que apunta hacia abajo.

c) No habla de posición inicial, por lo que suponemos que no hay. La velocidad será, por tanto, positiva (es la primera variable que tenemos para decidir el signo) y la aceleración será negativa, puesto que disminuye la velocidad.

d) Por lanzarse desde el fondo de un pozo, la posición inicial es negativa. La velocidad es positiva por ser hacia arriba y la aceleración, negativa por ir hacia abajo.

Actividad de ampliación pág. 220

Calcula la velocidad constante a la que se mueve un móvil que, partiendo del punto $x_0 = -30$ m, se encuentra después de 3 s en un punto situado a doble distancia del origen, pero en el lado contrario al que estaba inicialmente.

Por los datos iniciales del problema sabemos que $x_0 = -30$ m y $x = 60$ m, por lo que:

$x = x_0 + v\ t$; $60 \text{ m} = -30 \text{ m} + v \cdot 3 \text{ s}$

$v = 30 \text{ m s}^{-1}$

Actividad de refuerzo pág. 221

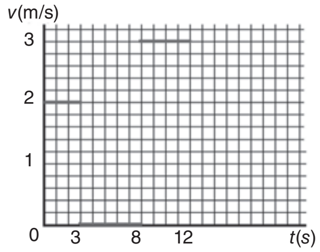
Un tren eléctrico de juguete se mueve a lo largo de un circuito circular de radio 1,2 m centrado en el origen, de forma que en un determinado momento se encuentra en un punto con una velocidad de 2 m/s^{-1} con la que se mueve durante 3 s. Bruscamente se detiene durante 5 s y posteriormente vuelve a ponerse en marcha con una velocidad de 3 m s^{-1}. Teniendo en cuenta que todo el movimiento utiliza 12 s, dibuja el diagrama o gráfica donde se represente su posición en el plano del suelo, otro que muestre la velocidad en cada momento y un tercero donde se ponga de manifiesto el espacio recorrido.

Solución:

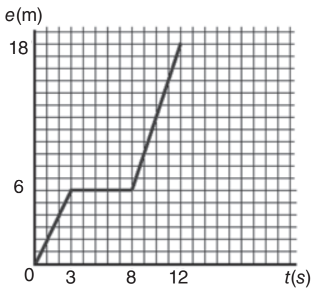
El primer diagrama representa una circunferencia de radio 3 m, centrada en el origen por la que se mueve el tren. Se puede especificar la posición en cada una de las posiciones mediante puntos (P_0, P_1 y P_2) que se encuentran:

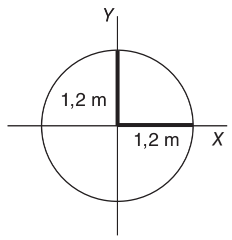
P_0: En cualquier punto de la circunferencia, puesto que el problema no da más datos. Nosotros lo pondremos en el punto de corte del eje Ox con la circunferencia.

P_1: El tren ha recorrido $e = v\ t = 2 \cdot 3 = 6$ m. Como la circunferencia tiene $2 \cdot \pi \cdot 3$ m = 18,85 m de longitud, a 6 m le corresponden unos 115°. En ese punto permanece parado durante 5 s. Luego se dirige, por la circunferencia, hasta P_2, que se encuentra 3 m s^{-1} · 4 s = 12 m más lejos, o sea, el equivalente a haber girado 344°. La velocidad se representa en la gráfica:



y el espacio recorrido:





Actividad de ampliación pág. 222

Teniendo en cuenta las ecuaciones $v = v_0 + a\ t$ y $x = x_0 + v_0\ t + 1/2\ a\ t^2$, halla una ecuación donde no aparezca la aceleración. Aplica la ecuación que has hallado al cálculo del espacio recorrido por un móvil que se detiene en 5 s cuando tenía una velocidad inicial de 20 m s^{-1}.

Solución:

Despejando a de la primera y sustituyendo en la segunda nos queda:

$$x = x_0 + v_0\ t + 1/2\ t^2\ (v - v_0)/t = x_0 + 1/2\ (v + v_0)\ t$$

Aplicándolo al problema:

$$\Delta x = x - x_0 = 1/2 \cdot (20 + 0) \cdot 5 = 50 \text{ m}$$

Actividad de ampliación pág. 223

Un móvil recorre 100 m cuando frena durante 3 s. Sabemos que la velocidad inicial es el doble de la final. ¿Cuál es la aceleración que lleva? ¿Cuáles son sus velocidades inicial y final? ¿Cuál sería su aceleración si se hubiera detenido en esos 100 m partiendo de la misma velocidad?

Las ecuaciones del movimiento son:

$$v = v_0 + a\ t = v_0/2 \Rightarrow v_0 = -2\ a\ t$$

$$x - x_0 = 1/2(v + v_0)\ t = 1/2(-a\ t - 2\ a\ t)\ t = 100 \text{ m}$$

$$100 \text{ m} = -3/2\ (a \cdot 3 \text{ s}) \cdot 3 \text{ s}$$

$$200/27 \text{ m s}^{-2} = -a$$

$$a = -7{,}4 \text{ m s}^{-2}$$

$$v_0 = -2 \cdot (-7{,}4 \text{ m s}^{-2}) \cdot 3 \text{ s} = 44 \text{ m s}^{-1}$$

$$v = v_0/2 = 22 \text{ m s}^{-1}$$

Si se hubiera detenido se cumpliría que

$$2\ a\ (x - x_0) = v^2 - v_0^2$$

$$2 \cdot a \cdot 100 \text{ m} = 0^2 - (44 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$a = -1\,936 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}/(2 \cdot 100 \text{ m}) = -9{,}7 \text{ m s}^{-2}$$

Actividad de ampliación pág. 225

Un objeto lanzado desde lo alto de una terraza situada a 20 m de altura tarda 4,3 s en llegar al suelo. ¿Hacia dónde se lanzó? ¿Cuál era su velocidad inicial? ¿Hasta qué altura ha llegado?

Solución:

Aplicando las ecuaciones del movimiento:

$$v = v_0 - 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot t$$

$$y = 20 \text{ m} + v_0\ t - 4{,}9 \text{ m s}^{-2} \cdot t^2$$

Llega al suelo cuando $y = 0$, por lo que

$$0 = 20 \text{ m} + v_0 \cdot 4{,}3 \text{ s} - 4{,}9 \text{ m s}^{-2} \cdot (4{,}3 \text{ s})^2$$

$$v_0 = 16{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

La velocidad es positiva, por lo que se ha lanzado hacia arriba.

El punto de máxima altura se alcanza cuando $v = 0$, con lo cual:

$$2\ a\ (y - y_0) = v^2 - v_0^2$$

$$2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot (y - 20 \text{ m}) = 0 - (16{,}4 \text{ m s}^{-1})^2$$

$$-19{,}6\ y + 392 = -269$$

$$y = 33{,}7 \text{ m}$$

Actividad de ampliación pág. 227

Sabemos que un móvil dotado de un movimiento circular pasa por el punto de ángulo 0 en el instante t = 3,2 s y vuelve a pasar la siguiente vez por ese punto en el instante t = 3,85 s. Calcular la velocidad angular de la que está dotado y su posición inicial. Si recorre 10 m cada segundo, ¿cuál es el radio de su movimiento?

Solución:

Aplicando la ecuación del movimiento y considerando que en la primera posición el ángulo es 0:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega\ t$$

$$0 = \varphi_0 + \omega \cdot 3{,}2 \text{ s} \quad \text{y} \quad 2\pi = \varphi_0 + \omega \cdot 3{,}85 \text{ s}$$

de donde $2\pi = 0{,}65\ \omega$ y $\omega = 9{,}7$ rad s^{-1}

Ahora podemos hallar el ángulo inicial:

$$0 = \varphi_0 + 9{,}7 \text{ rad s}^{-1} \cdot 3{,}2 \text{ s}$$

de donde $\varphi_0 = -30{,}9$ rad = –1 770°, que equivale, después de descontar vueltas completas (360°), a un ángulo de 30°.

Por lo que la fórmula sería

$$\varphi = 30° + \omega\ t = \pi/6 \text{ rad} + \omega\ t$$

El radio se halla sabiendo la relación entre v, ω y R.

$$R = \frac{v}{\omega} = \frac{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9{,}7\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = 1{,}03\ \frac{\text{m}}{\text{rad}}$$

Actividad de refuerzo pág. 228

Calcula la aceleración que debe tener un volante que tiene que alcanzar una velocidad de 3 rad s^{-1} cuando haya dado 15 vueltas, partiendo del reposo. Si el radio del volante es de 0,3 m, ¿cuánto espacio habrá recorrido un punto de la periferia del volante? ¿Y cuánto se habrá desplazado?

Si en ese momento empieza a decelerar con una aceleración de 0,1 rad s^{-2}, ¿cuántas vueltas más dará hasta pararse?

Solución:

Como nos dan el espacio angular y las velocidades angulares inicial y final, debemos aplicar la ecuación $2\ \alpha\ \varphi = \omega_2 - \omega_0^2$, similar a $2\ a\ s = v^2 - v_0^2$:

$$\alpha = \frac{\omega_2 - \omega_0^2}{2\ \varphi} = \frac{9\ \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 15\ \text{vueltas} \cdot \frac{2\pi\ \text{rad}}{1\ \text{vuelta}}} = 0{,}05\ \text{rad/s}^2$$

Se habrá desplazado 15 vueltas, porque es la condición que pone el problema.

Si el radio del volante es 0,3 m, habrá dado 15 vueltas a esa distancia, por lo que:

$$e = \varphi\ R = 15\ \text{vueltas} \cdot 2\pi\ \text{rad/vuelta} \cdot 0{,}3\ \text{m/rad} = 1{,}9\ \text{m}$$

No se habrá desplazado nada, puesto que ha dado 15 vueltas completas y está en el mismo punto inicial.

Se moverá, cumpliendo la ecuación

$$2\ \alpha\ \varphi = \omega_2 - \omega_0^2$$

Donde ahora la ω_0 vale 3 rad s^{-1} mientras que la ω_f es nula, por lo que

$$\varphi = \frac{\omega_2 - \omega_0^2}{2\ \alpha} = \frac{0 - 9\ \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot \left(-0{,}1\ \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}\right)} = 45\ \text{rad} \cdot \frac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \text{radianes}} = 7{,}2\ \text{vueltas}$$

Actividad de ampliación pág. 229

Dos móviles empiezan su movimiento al mismo tiempo desde la misma vertical en dos vías circulares de igual radio situadas una encima de la otra, de forma que cada móvil puede girar sin afectar al otro.

Si uno empieza moviéndose a 3 rad/s y el otro lo hace partiendo del reposo con una aceleración de 0,20 rad/s^2, ¿en qué momento habrán recorrido el mismo ángulo? ¿Cuántas vueltas han dado hasta ese momento? En el instante de mayor ventaja, ¿cuántas vueltas habrá conseguido de ventaja el primer móvil sobre el segundo? ¿En qué instante?

Solución:

El primer móvil se mueve según:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega\ t; \quad \varphi = 3\ \text{rad s}^{-1} \cdot t$$

El segundo según:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0\ t + \frac{1}{2}\ \alpha\ t^2; \ \varphi = \frac{1}{2} \cdot 0{,}20\ \text{rad s}^{-2} \cdot t^2$$

Habrán recorrido el mismo ángulo cuando el ángulo sea el mismo para el mismo tiempo:

$$\varphi = 3\ \text{rad s}^{-1} \cdot t = 0{,}10\ \text{rad s}^{-2} \cdot t^2$$

Donde, aparte de la solución obvia 0, se obtiene:

$$3\ \text{rad s}^{-1} = 0{,}10\ \text{rad s}^{-2} \cdot t$$

de donde $t = 30$ s

$$\varphi = 3\ \text{rad s}^{-1} \cdot 30\ \text{s} = 90\ \text{rad} \cdot \frac{1\ \text{vuelta}}{2\ \pi\ \text{radianes}} = 14{,}3\ \text{vueltas}$$

La mayor ventaja será en el instante en que la velocidad de los dos sea la misma, ya que mientras sea mayor la del primero, la ventaja crece, mientras que posteriormente al instante en que ambas se igualen, la del segundo será mayor que la del primero y la ventaja decrecerá:

$$3\ \text{rad s}^{-1} = 0{,}20\ \text{rad s}^{-2} \cdot t$$

lo que sucede a los 15 s, donde el primero llevará

$$\varphi = 3\ \text{rad s}^{-1} \cdot 15\ \text{s} = 45\ \text{rad} \cdot \frac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \text{radianes}} = 7{,}2\ \text{vueltas}$$

y el segundo

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot 0{,}20\ \text{rad s}^{-2} \cdot (15\ \text{s})^2 = 22{,}5\ \text{rad} \cdot \frac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \text{radianes}} = 3{,}6\ \text{vueltas}$$

Por lo que la ventaja será la diferencia, 3,6 vueltas.

Actividad de ampliación pág. 231

Una barca se sitúa en el centro de un río de 200 m de anchura y de forma perpendicular a la corriente, que se mueve a 2 m s^{-1}. En ese momento, arranca con una aceleración constante de 0,6 m s^{-2}. ¿En qué punto toca la orilla? ¿Con qué velocidad lo hace?

Solución:

Suponemos la barca en el origen. Está dotada de dos movimientos: uno debido a la corriente (eje $0x$) y otro debido a su motor ($0y$):

$$a_x = 0;\ v_x = 2\ \text{m s}^{-1};\ x = 2\ t\ \text{m}$$

$$a_y = 0{,}6\ \text{m s}^{-2};\ v_y = 0{,}6\ t\ \text{m s}^{-1};\ y = 0{,}3\ t^2\ \text{m}$$

La barca «toca» la orilla cuando ha avanzado 100 m en el eje y, por lo que

$$0{,}3\ t^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad t = 18{,}3\ \text{s}$$

Mientras el río la ha arrastrado

$$x = 2\ \text{m s}^{-1} \cdot 18{,}3\ \text{s} = 36{,}6\ \text{m}$$

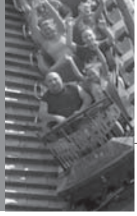
El punto es (36,6; 100) m desde donde se encontraba la barca.

La velocidad v_y es

$$v_y = 0{,}6\ \text{m s}^{-2} \cdot 18{,}3\ \text{m} = 11\ \text{m s}^{-1}$$

Por lo que la velocidad es (2, 11) m s^{-1} y el módulo es

$$v = \sqrt{2^2 + 11^2}\ \text{m s}^{-1} = 11{,}2\ \text{m s}^{-1}.$$



Actividad de ampliación pág. 232

Una partícula se mueve siguiendo las ecuaciones:

$$x = 3 \text{ sen } 2t$$
$$y = 3 \cos 2t$$
$$z = t - 2$$

Si no tenemos en cuenta el movimiento según el eje *Oz*, ¿qué tipo de movimiento tiene la partícula? ¿Y si lo tenemos en cuenta? ¿Conoces algún caso donde se produzca este movimiento?

Solución:

Si representamos distintos valores de t en una tabla, observaremos que el movimiento es circular en el plano Oxy. Al tener en cuenta el movimiento según el eje Oz, se ve que se va moviendo la circunferencia a lo largo del eje, pasando el centro por el origen al cabo de 2 s, y con velocidad uniforme. Es un movimiento helicoidal, como tendría un punto de una hélice de un barco o un avión en su movimiento uniforme.

Actividad de ampliación pág. 233

Lanzamos una pelota desde lo alto de un acantilado de 45 m de altura y cae en una barca situada a 40 m de la vertical del acantilado. ¿Con qué velocidad se lanzó? ¿Cuál debería ser la velocidad inicial horizontal necesaria para que alcance una barca situada al doble de distancia? ¿Variará el tiempo de caída? Calcula los ángulos con el que cada una de las pelotas impactará en su barca correspondiente.

Solución:

La pelota está dotada de dos movimientos:

Eje x: $a_x = 0$; $v_x = v$; $x = v\,t$ m

Eje y: $a_y = -9{,}8 \text{ m s}^{-2}$; $v_y = -9{,}8\,t \text{ m s}^{-1}$; $y = 45 - 4{,}9\,t^2 \text{ m s}^{-2}$

Toca la barca cuando y es nulo, por lo que

$$0 = 45 - 4{,}9\,t^2 \text{ m s}^{-2} \Rightarrow t = 3 \text{ s}$$

y se cumple que $40 \text{ m} = v \cdot 3 \text{ s} \Rightarrow v = 13{,}3 \text{ m s}^{-1}$

Para el caso de querer alcanzar la segunda barca, la primera parte del razonamiento es la misma y lo que se cumple es que

$$80 \text{ m} = v' \cdot 3 \text{ s} \Rightarrow v' = 26{,}7 \text{ m s}^{-1}$$

El tiempo de caída es el mismo, puesto que sólo depende del movimiento en el eje vertical, y.

El ángulo se calcula mediante las velocidades en ambos ejes.

La velocidad en el eje y siempre vale

$$v_y = -9{,}8 \cdot 3 \text{ m s}^{-1} = -29{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

Para la primera, $v_x = 13{,}3 \text{ m s}^{-1}$, por lo que la tangente del ángulo que forma vale

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-29{,}4}{13{,}3} = 2{,}21 \Rightarrow \alpha = 65° \; 45'$$

Para la segunda, v_x vale ahora $26{,}7 \text{ m s}^{-1}$, por lo que la tangente del ángulo β que forma vale

$$\text{tg } \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-29{,}4}{26{,}7} = 1{,}10 \Rightarrow \alpha = 47° \; 45'$$

Actividad de ampliación pág. 235

Un niño que se encuentra en el exterior de un muro y a 8 m de la base de éste, lanza canicas a distintas velocidades, pero siempre con ángulos de 45° hacia un hueco de 1,60 m de altura, con su base situada a 5 m del suelo. Calcula la longitud de la caja que sería capaz de recoger todas las bolas lanzadas, y a qué distancia del muro se encuentra.

Solución:

Tenemos que pensar dónde caería la bola más rápida que pasa por el hueco (la que lo roza por arriba) y la más lenta (la que lo roza por abajo), porque todas las demás irán entre ambas. Por ser el ángulo siempre de 45° se cumple que:

$$v_x = v \cdot \cos 45° = \frac{v \cdot \sqrt{2}}{2} \text{ y } v_y = v \cdot \text{sen } 45° = \frac{v \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Las ecuaciones de las bolas que pasan cumplen:

Eje x: $a_x = 0$; $v_x = v \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $x = \dfrac{v\,t \cdot \sqrt{2}}{2}$

Eje y: $a_y = -9{,}8$; $v_y = \dfrac{v \cdot \sqrt{2}}{2} - 9{,}8\,t$;

$$y = \frac{v\,t \cdot \sqrt{2}}{2} - 4{,}9\,t^2$$

La más rápida pasa rozando por arriba, por lo que

$$x = 8 = \frac{v\,t \cdot \sqrt{2}}{2}; \; y = 6{,}60 = \frac{v\,t \cdot \sqrt{2}}{2} - 4{,}9\,t^2$$

Por lo que $6{,}60 = 8 - 4{,}9\,t^2 \Rightarrow t = 0{,}53$ s

$$\text{y } \; 8 = v \cdot 0{,}53 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow v = 21 \text{ m s}^{-1}$$

Y cae en $0 = \dfrac{21 \cdot t \cdot \sqrt{2}}{2} - 4{,}9\,t^2$; $t = 1{,}7$ s

$$x = \frac{21 \cdot 1{,}7 \cdot \sqrt{2}}{2} = 25 \text{ m}$$

La más lenta pasa rozando por abajo, por lo que

$$x' = 8 = \frac{v'\,t' \cdot \sqrt{2}}{2}; \; y' = 5 = \frac{v'\,t' \cdot \sqrt{2}}{2} - 4{,}9\,t'^2$$

Por lo que $5 = 8 - 4{,}9\,t'^2 \Rightarrow t = 0{,}78$ s

$$\text{y } \; 8 = \frac{v' \cdot 0{,}78 \cdot \sqrt{2}}{2} \Rightarrow v' = 14{,}5 \text{ m s}^{-1}$$

Y cae en $0 = \dfrac{14{,}5 \cdot t' \cdot \sqrt{2}}{2} - 4{,}9\,t'^2$; $t' = 1{,}44$ s

$$x' = \frac{14{,}5 \cdot 1{,}44 \cdot \sqrt{2}}{2} = 15 \text{ m}$$

Por lo tanto, si situamos una caja de 10 m de largo a 15 m del muro, todas las canicas caerán en ella.

Actividad de ampliación pág. 236

En unas pruebas de tiro, un cañón lanza un proyectil con un ángulo de 5° que impacta en la diana, situada a la misma altura que el cañón y a 2 300 m de distancia. Si entre el cañón y la diana se hubiera levantado un muro de 60 m de altura a 1 000 m del

punto de lanzamiento, ¿hubiera llegado a impactar el proyectil en la diana? ¿Qué deberíamos cambiar para que pudiéramos volver a cumplir la misión?

Solución:

El movimiento del proyectil sigue las siguientes ecuaciones:

Eje x: $a_x = 0$; $v_x = v \cdot \cos 5°$; $x = v\, t \cdot \cos 5°$

Eje y: $a_y = -9{,}8$; $v_y = v \cdot \text{sen } 5° - 9{,}8\, t$;

$y = v\, t \cdot \text{sen } 5° - 4{,}9\, t^2$

Como alcanza la diana situada en $x = 2\,300$ m e $y = 0$ m:

$$2\,300 = v\, t \cdot \cos 5° \;\Rightarrow\; v\, t = 2\,309$$

$$0 = 2\,309 \cdot \text{sen } 5° - 4{,}9\, t^2 \;\Rightarrow\; 0 = 201 - 4{,}9\, t^2$$

$$t = 6{,}40 \text{ s} \quad \text{y} \quad v = 360 \text{ m s}^{-1}$$

Para ver si impacta en el muro tenemos que calcular a qué altura se encuentra cuando está a 1 000 m del cañón:

$$1\,000 = v\, t' \cos 5° \;\Rightarrow\; t' = 2{,}79 \text{ s}$$

$$y = 360 \cdot 2{,}79 \cdot \text{sen } 5° - 4{,}9 \cdot 2{,}79^2 = 49 \text{ m}$$

Chocará con el muro. Para alcanzar el mismo punto, debemos cambiar el ángulo por el complementario, puesto que alcanzan el mismo punto.

Evaluación

1. **Calcula en qué punto del espacio se encontrará una pelota lanzada desde lo alto de un edificio de 20 m de altura, con una velocidad de 20 m s^{-1} que forma un ángulo de 60º con la horizontal, a los 3 s de iniciado el movimiento. Supón el origen en la base del edificio.**

Solución:

Es un ejemplo de tiro parabólico que consta de dos movimientos:

En el eje Ox, un movimiento uniforme (aceleración nula) sin espacio inicial, y cuya velocidad inicial vale:

$v_0 \cos \alpha = 20 \text{ m s}^{-1} \cdot 0{,}5 = 10 \text{ m s}^{-1}$
$a = 0$; $v = 10 \text{ m s}^{-1}$; $x = 10 \text{ m s}^{-1} \cdot t$

En el eje Oy, un movimiento uniformemente acelerado (aceleración = $-9{,}8$ m s^{-2}) con espacio inicial 20 m (positivos hacia arriba), y dotado de una velocidad inicial que se puede calcular como $v_0 \text{ sen } \alpha = 20 \text{ m s}^{-1} \cdot 0{,}866 = 17{,}3 \text{ m s}^{-1}$:

$a = -9{,}8 \text{ m s}^{-2}$; $v = 17{,}3 \text{ m s}^{-1} + (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot t$;
$y = 20 \text{ m} + 17{,}3 \text{ m s}^{-1} \cdot t + 1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot t^2$

A los tres segundos, la pelota estará en el punto:

$x = 10 \text{ m s}^{-1} \cdot 3 \text{ s} = 30 \text{ m}$,
$y = 20 \text{ m} + 17{,}3 \text{ m s}^{-1} \cdot 3 \text{ s} + 1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot (3 \text{ s})^2 = 27{,}8 \text{ m}$

Se encuentra en el punto (30, 27,8) m.

2. **Calcula a qué velocidad angular gira una rueda que recorre 17 m cada segundo, si su diámetro es de 60 cm. Calcula también la frecuencia y el periodo del movimiento circular.**

Solución:

Si el diámetro es de 60 cm, el radio es la mitad, o sea, 0,3 m.

Aplicando $\omega = v/R = 17 \text{ m s}^{-1}/0{,}3 \text{ m rad}^{-1} = 56{,}7 \text{ rad s}^{-1}$

La frecuencia es igual a $f = \omega/2\pi = 56{,}7 \text{ rad s}^{-1}/2\pi \text{ rad vuelta}^{-1} = 9{,}02 \text{ vueltas s}^{-1}$

El periodo es el inverso de la frecuencia: $T = 1/f = 1/9{,}02 \text{ vueltas s}^{-1} = 0{,}11 \text{ s vuelta}^{-1}$

3. **¿Hasta qué altura subirá una jabalina lanzada verticalmente, desde el suelo, con una velocidad inicial de 15 m s^{-1}?**

Solución:

Tenemos un movimiento que sólo tiene lugar en el eje Oy, uniformemente acelerado (aceleración = $-9{,}8$ m s^{-2}) sin espacio inicial, y dotado de una velocidad inicial 15 m s^{-1}:

$a = -9{,}8 \text{ m s}^{-2}$; $v_y = 15 \text{ m s}^{-1} + (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot t$;
$y = 15 \text{ m s}^{-1} \cdot t + 1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot t^2$

En la máxima altura se cumple que $v_y = 0$, por lo que:

$v_y = 15 \text{ m s}^{-1} + (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot t = 0$, de donde $t = 1{,}53$ s

Sustituyendo en y:

$y = 15 \text{ m s}^{-1} \cdot 1{,}53 \text{ s} + 1/2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot (1{,}53 \text{ s})^2 = 11{,}5 \text{ m}$

4. **Dos ciclistas suben una cuesta de 20 km a una velocidad de 10 km/h. En cuanto llegan y sin detenerse, la descienden a 80 km/h, uno volviendo al lugar de partida y el otro por la otra ladera, también de 20 km. ¿Cuál ha sido la velocidad media de todo el recorrido para cada uno de los ciclistas? ¿Quién ha recorrido más distancia?**

Solución:

El primer ciclista llega después del recorrido al lugar de partida, por lo que su velocidad media es 0, ya que no se ha producido desplazamiento.

El segundo ciclista ha recorrido 40 km = 20 km + 20 km y ha tardado:

$e = v\, t \;\Leftrightarrow\; t = e/v = 20 \text{ km}/10 \text{ km/h} = 2 \text{ h}$
$t = e/v = 20 \text{ km}/80 \text{ km/h} = 0{,}25 \text{ h}$

Por lo que su velocidad media es

$$v_m = \frac{\Delta x}{t} = \frac{40 \text{ km}}{2{,}25 \text{ h}} = 17{,}8 \text{ km/h}$$

Han recorrido los dos la misma distancia, 40 km, aunque uno se ha desplazado 40 km, al hacer todo el recorrido en el mismo sentido, mientras que el otro no se ha desplazado por hacer la mitad del recorrido de ida y la mitad de vuelta.

5> **Calcula la aceleración tangencial y normal que tiene un coche que entra frenando en una curva de radio 150 m, en el punto en que entra en la curva, a 30 m s^{-1}, y en el punto en el que sale de ella, 3 s después, a 20 m s^{-1}. Supón que en dichos puntos todavía le afecta la curva y que el movimiento es uniformemente decelerado.**

Solución:

La aceleración tangencial viene dada por la variación del módulo de la velocidad con respecto al tiempo, por lo que vale siempre igual a lo largo de toda la curva:

$a_t = \Delta v/t = (30 \text{ m s}^{-1} - 20 \text{ m s}^{-1})/3 \text{ s} = 3{,}3 \text{ m s}^{-2}$

La aceleración normal es distinta al comienzo de la curva y al final, porque la aceleración depende del cuadrado del módulo de la velocidad, por lo que

$a_{n0} = v_0^2/R = (30 \text{ m s}^{-1})^2/150 \text{ m} = 6 \text{ m s}^{-2}$
$a_{nf} = v_f^2/R = (20 \text{ m s}^{-1})^2/150 \text{ m} = 2{,}7 \text{ m s}^{-2}$

Actividad de refuerzo pág. 254

Determina numérica y gráficamente la suma de las fuerzas $\vec{F}_1$ = = (3, –4, 2), $\vec{F}_2$ = (–8, –2, 5) y $\vec{F}_3$ = (3, 0, –1), todas ellas en N. Halla el módulo de cada uno de los vectores que se dan como datos y el de la resultante.

Solución:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (3, -4, 2) + (-8, -2, 5) + (3, 0, -1) = (-2, -6, 6)\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_1| = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2 + F_{1z}^2} = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{29} = 5{,}4\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_2| = \sqrt{F_{2x}^2 + F_{2y}^2 + F_{2z}^2} = \sqrt{(-8)^2 + (-2)^2 + 5^2} = \sqrt{93} = 9{,}6\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2 + F_{3z}^2} = \sqrt{3^2 + 0^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} = 3{,}2\ \text{N}$$

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2 + F_{Rz}^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + 6^2} = \sqrt{76} = 8{,}7\ \text{N}$$

Solución gráfica no incluida.

Actividad de ampliación pág. 254

Calcula las componentes cartesianas de un vector de módulo 5 N que forma con la horizontal un ángulo de 35°. Réstale un vector de módulo 4 N que forma con la horizontal un ángulo de 130°. Halla las componentes de la resultante, su módulo y el ángulo que forma con cada uno de los dos vectores.

Resuelve también el problema gráficamente de forma aproximada.

Solución:

Las componentes cartesianas son:

$F_{1x} = F_1 \cos\alpha = 5 \cdot \cos 35° = 4{,}1$ N

$F_{1y} = F_1 \operatorname{sen}\alpha = 5 \cdot \operatorname{sen} 35° = 2{,}9$ N

$F_{2x} = F_2 \cos\beta = 4 \cdot \cos 130° = -2{,}6$ N

$F_{2y} = F_2 \operatorname{sen}\beta = 4 \cdot \operatorname{sen} 130° = 3{,}1$ N

$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = (4{,}1;\ 2{,}9) + (-2{,}6;\ 3{,}1) = (1{,}5;\ 6{,}0)$ N

$$|\vec{F}_R| = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{1{,}5^2 + 6{,}0^2} = 6{,}2\ \text{N}$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} = \frac{6{,}0}{1{,}5} = 4 \Rightarrow \gamma = 76°$$

Como forma 76° con la horizontal y $\vec{F}_1$ forma 35° con la horizontal, la resultante forma 41° con $\vec{F}_1$.

De la misma manera, deducimos que forma –54° = 306° con $\vec{F}_2$.

Solución gráfica no incluida.

Actividades de refuerzo pág. 257

1. Si eres un jugador o jugadora de rugby que tienes que contener e impedir el avance de un jugador del equipo contrario, ¿a quién prefieres defender: a un jugador de 50 kg que es capaz de correr a 8 m/s o a otro que tiene de masa 90 kg y se puede desplazar a 4 m/s?

Solución:

El primer jugador es capaz de llegar a tener una cantidad de movimiento:

$p_1 = m_1 v_1 = 50\ \text{kg} \cdot 8\ \text{m s}^{-1} = 400\ \text{kg m s}^{-1}$.

El segundo puede conseguir:

$p_2 = m_2 v_2 = 90\ \text{kg} \cdot 4\ \text{m s}^{-1} = 360\ \text{kg m s}^{-1}$.

Es capaz de hacer más efecto el primero, por lo que es mejor cubrir al segundo.

2. De los siguientes apartados elige aquellos que representen algo con cantidad de movimiento.

a) **Un rayo de luz.**

b) **Un mosquito volando.**

c) **Un helicóptero a 10 m de altura rescatando a un náufrago.**

d) **El ladrido de un perro que oímos.**

e) **Un camión parado en un aparcamiento.**

f) **La Luna.**

Solución:

Sólo el mosquito y la Luna, puesto que son los dos únicos que tienen masa y velocidad. El rayo y el ladrido (salvo los pequeños movimientos oscilantes de las partículas de aire) carecen de masa, aunque tienen velocidad; el helicóptero y el camión tienen masa pero carecen de velocidad.

Actividad de refuerzo pág. 258

Calcula la fuerza que se ejerce sobre un objeto de masa 4 kg sobre el que impacta otro de 3 kg de masa que se movía a 10 m/s, si en los 0,2 s que dura el choque el segundo se queda totalmente parado. Calcula la aceleración con la que se mueve el primer objeto durante el choque.

Solución:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\,\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{3\ \text{kg} \cdot \left(0 - 10\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)}{0{,}2\ \text{s}} = -150\ \text{N}$$

$$\vec{F} = m\,\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-150\ \text{N}}{4\ \text{kg}} = -37\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Actividades de ampliación pág. 260

1. Sobre dos cuerpos ejercemos la misma fuerza durante el mismo tiempo y observamos que uno de ellos termina moviéndose con el triple de velocidad que el otro. Si sabemos que la masa conjunta de los dos es 8,4 kg, calcula cuál es la masa de cada uno.

Si la fuerza que actúa sobre ellos lo hace durante 2,3 s, ¿cuál es su valor si el objeto más rápido ha recorrido 18 m en los 3 s después de que deje de actuar la fuerza?

Solución:

$$F = m_1\,a_1;\quad a_1\,t = v_{1f} - v_{10} = v_{1f}$$

de donde $F\,t = m_1\,v_{1f}$

de la misma manera, $F\,t = m_2\,v_{2f}$

por lo que $m_1\,v_{1f} = m_2\,v_{2f}$

Como la velocidad de, por ejemplo, el cuerpo 1 es el triple de la del cuerpo 2, la masa del cuerpo 2 es el triple de la de 1.

$$m_1 + m_2 = 4\ m_1 = 8{,}4 \text{ kg} \Rightarrow m_1 = 2{,}1 \text{ kg y } m_2 = 6{,}3 \text{ kg}$$

Como el objeto 1 recorre 18 m en 3 s es porque su velocidad final es 6 m s^{-1}, por lo que

$$F\,t = m_1\, v_{1f} = F \cdot 2{,}3 \text{ s} = 2{,}1 \text{ kg} \cdot 6 \text{ m s}^{-1}$$

de donde $F = 5{,}5$ N

2. Sobre un cuerpo actúan 4 fuerzas: una hacia abajo, el peso; otra hacia arriba, la resistencia que ejerce la superficie inmóvil, rígida e indestructible que está debajo del cuerpo y en contacto con él; otra hacia la derecha, que la ejerce un obrero empujándolo y, finalmente, otra hacia la izquierda, que es la fuerza de rozamiento y que vale la mitad de la anterior. Utilizando sólo los datos que hemos dado, ¿sabrías decir si el cuerpo se mueve? En caso positivo, ¿hacia dónde se mueve el cuerpo?

¿Cuál de todas las fuerzas es la de mayor módulo?

Solución:

Evidentemente, se mueve. Las fuerzas verticales se anulan, puesto que la superficie es indestructible y no lo deja pasar a su través. La fuerza que ejerce ésta no puede ser mayor porque entonces el cuerpo iría para arriba, cosa que sin fuerza externa no es posible. Como la que hace el obrero es el doble que la de rozamiento, hay una componente neta hacia la derecha que provoca el movimiento del cuerpo en ese sentido, o sea, hacia la derecha.

No podemos decir qué fuerza es más grande. Sólo podemos afirmar que P y N son iguales y que F es el doble que F_{roz}.

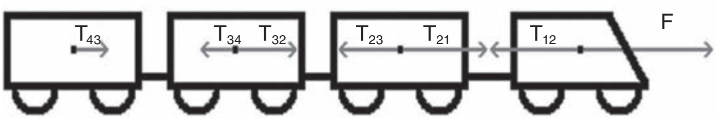
Actividad de refuerzo pág. 262

Un tren de carga está formado por una máquina, de masa 22 000 kg, y tres vagones, de masas 25 000, 12 000 y 32 000 kg, respectivamente. Si la máquina ejerce una fuerza de 150 000 N, calcula la aceleración a la que se mueve el conjunto y las tensiones entre cada elemento del tren. Dibuja previamente el tren con las fuerzas que actúan y explica lo que sucede.

Solución:

Cuando la máquina se pone en marcha por efecto de la fuerza, no puede moverse sin mover al primer vagón, por lo que tira de él con una fuerza de acción T_{21}, a lo que éste responde con una fuerza de reacción T_{12} que retiene a la máquina.

El primer vagón, al intentar moverse por efecto de la fuerza T_{21}, se ve afectado por el hecho de que el segundo vagón está unido a él, por lo que, para moverse, ha de tirar de él con una fuerza T_{32}, que es respondida con la fuerza T_{23} (igual y de sentido contrario) sobre el primer vagón. El mismo razonamiento se puede seguir con el segundo y el tercero.



Resolviendo el sistema para cada elemento del tren:

Máquina: $F - T_{12} = m_1\, a$

1.^{er} vagón: $T_{21} - T_{23} = m_2\, a$

2.º vagón: $T_{32} - T_{34} = m_3\, a$

3.^{er} vagón: $T_{43} = m_4\, a$

Interactivas: $T_{12} = T_{21}$; $T_{23} = T_{32}$; $T_{34} = T_{43}$

Sumando todo: $F = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\, a$

$150\,000 \text{ N} = 91\,000 \text{ kg} \cdot a \Rightarrow a = 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

De cada ecuación:

$150\,000 \text{ N} - T_{12} = 22\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{12} = 114\,000 \text{ N} = T_{21}$

$114\,000 \text{ N} - T_{23} = 25\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{23} = 73\,000 \text{ N} = T_{32}$

$73\,000 \text{ N} - T_{34} = 12\,000 \text{ kg} \cdot 1{,}65 \text{ m s}^{-2}$

$T_{34} = 53\,000 \text{ N} = T_{43}$

Actividades de refuerzo pág. 264

1. Cuatro amigos se sitúan en los cuatro vértices de un cuadrado de lado 1 m. Desde el techo de la habitación cuelga un globo (de masa de plástico despreciable) lleno de agua en la vertical del centro del cuadrado a 3 m de altura.

En un momento, y cuando los cuatro amigos no están mirando, revienta el globo, cayendo todo el agua sobre uno de los cuatro.

Un observador dice que el globo seguía en la vertical del centro sin moverse. ¿Es eso posible?

Solución:

No. Es absolutamente imposible. El globo no puede estar quieto en el centro cuando explota, porque por el Principio de conservación de la cantidad de movimiento, si parte del agua va hacia un lado cayendo sobre uno de los cuatro, otra parte del agua debe caer por el otro lado o repartida entre los otros lados del cuadrado para que se mantenga la ausencia de movimiento inicial del agua. Lo más probable es que el globo se estuviera desplazando hacia el lado del amigo que se ha mojado (o que el observador nos haya gastado una broma y haya movido él el globo hacia ese lado).

2. Calcula la cantidad de movimiento total de un sistema de 4 partículas, situadas en los puntos (1,0), (0,1), (–1,0) y (0,–1) m y de masas m_1 = 3 kg, m_2 = 4 kg, m_3 = 1 kg y m_4 = 8 kg, respectivamente.

Las velocidades a las que se mueven son:

$$\vec{v}_1 = (-2,\ 3),\ \vec{v}_2 = (4,\ -1),\ \vec{v}_3 = (0,\ 2) \text{ y } \vec{v}_4 = (-1,\ -1) \text{ m s}^{-1}$$

Solución:

Las posiciones no se necesitan para nada, salvo para calcular la posición del centro de masas que no hemos pedido. Se trata de ver si los alumnos usan datos innecesarios.

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + m_4\vec{v}_4 =$$
$$= 3 \text{ kg} \cdot (-2,\ 3) \text{ m s}^{-1} + 4 \text{ kg} \cdot (4,\ -1) \text{ m s}^{-1} + 1 \text{ kg} \cdot (0,\ 2) \text{ m s}^{-1} +$$
$$+ 8 \text{ kg} \cdot (-1,\ -1) \text{ m s}^{-1} = (2,\ -1) \text{ kg m s}^{-1}$$

Actividad de refuerzo pág. 265

Al simular las condiciones de un accidente entre dos coches, una furgoneta de masa 1200 kg y un utilitario de 950 kg, los agentes de tráfico han logrado determinar que quedaron unidos después del impacto y que se movieron en el sentido hacia donde se dirigía el utilitario a 15 m s^{-1}. Si por los datos del velocímetro estropeado de la furgoneta sabemos que ésta, en el momento del impacto, se movía a 45 km/h, ¿a qué velocidad iba el utilitario?

Solución:

Por el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}\,'_1 + m_2\,\vec{v}\,'_2 =$$

$$= 1\,200 \text{ kg} \cdot 45 \text{ km/h} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3\,600 \text{ s}} \cdot \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} + 950 \text{ kg} \cdot \vec{v}_2 = 1\,200 \text{ kg} \cdot$$

$$\cdot\ (-15 \text{ m/s}) + 950 \text{ kg} \cdot (-15 \text{ m/s}) = -32\,200 \text{ kg m s}^{-1}$$

$$\vec{v}_2 = \frac{-32\,200 \text{ kg m s}^{-1} - 15\,000 \text{ kg m s}^{-1}}{950 \text{ kg}} = 50 \text{ m/s}$$

$$50 \text{ m/s} \cdot \frac{3\,600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1\,000 \text{ m}} = 180 \text{ km/h}$$

Actividad de ampliación pág. 266

Una bala de 20 g sale disparada a 100 m s^{-1} hacia arriba desde un arma y un instante después impacta y se incrusta en una lámpara metálica que cuelga del techo, observándose que la lámpara se eleva 30 cm por efecto del impacto.

Si no hay rozamientos, calcula la masa de la lámpara.

Solución:

Como la lámpara se eleva 30 cm, podemos calcular la velocidad inicial del movimiento, que es de caída libre:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,g\,h \Rightarrow v_0 = \sqrt{v_f^2 - 2\,g\,h}$$

$$v_0 = \sqrt{0 - 2 \cdot (-9{,}8 \text{ m s}^{-2}) \cdot 0{,}3 \text{ m}} = 2{,}4 \text{ m s}^{-2}$$

Aplicando el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2 = m_1\,\vec{v}_1 + m_2\,\vec{v}_2 = m_1\,\vec{v}\,'_1 + m_2\,\vec{v}\,'_2 =$$

$$= 0{,}020 \text{ kg} \cdot 100 \text{ m s}^{-1} + M \cdot 0 = 0{,}020 \text{ kg} \cdot 2{,}4 \text{ m s}^{-1} + M \cdot 2{,}4 \text{ m s}^{-1}$$

$$M = \frac{2 \text{ kg m s}^{-1} - 0{,}048 \text{ kg m s}^{-1}}{2{,}4 \text{ m s}^{-1}} = 0{,}8 \text{ kg}$$

Actividad de ampliación pág. 271

Una pareja de patinadores, uno de ellos de 80 kg, patinan por una pista de hielo yendo juntos a 10 m s^{-1}. Calcula cuál es la masa del segundo patinador, si sabemos que el patinador de 80 kg se queda completamente parado cuando impulsa al otro hasta una velocidad 24 m s^{-1}.

Solución:

Como no hay fuerzas exteriores, se conserva la cantidad de movimiento, por lo que

$$m_1\,v_1 + m_2\,v_2 = m_1\,v_1' + m_2\,v_2'$$

$$(80 \text{ kg} + m_2) \cdot 10 \text{ m s}^{-1} = 0 + m_2 \cdot 24 \text{ m s}^{-1}$$

de donde $m_2 = 57$ kg.

Actividad de refuerzo pág. 272

Calcula el valor de la fuerza de rozamiento que experimenta un cuerpo de masa 4,50 kg cuando se encuentra situado en un plano inclinado 52° sobre la horizontal. Calcula también el valor de la componente del peso que tiene la misma dirección que el plano inclinado.

Dato: μ **= 0,3**

Solución:

La fuerza de rozamiento es igual a:

$$F_r = \mu\,m\,g \cos\alpha = 0{,}3 \cdot 4{,}5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}62 = 8{,}2 \text{ N}$$

$$P_x = m\,g \operatorname{sen}\alpha = 4{,}5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}79 = 35 \text{ N}$$

Actividad de ampliación pág. 273

Un objeto de masa 12 kg desciende con una determinada aceleración cuando el plano está inclinado 30° y con el doble de ésta si el plano se inclina 40°. ¿Cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano? ¿Hay algún dato innecesario en el problema? ¿Te parece que el problema está bien planteado? ¿Y si cambiamos el segundo ángulo por 33°?

Solución:

Aplicando la Segunda Ley de Newton en los dos casos, y teniendo en cuenta que la F_r tiene sentido contrario a la fuerza P_x:

$\Sigma\, m\,a = P_x - F_r = m\,g \operatorname{sen}\alpha - \mu\,m\,g\cos\alpha = m\,g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$;
$a = g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$; $a' = g\,(\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta) = 2a$

Dividiendo ambas:

$$\frac{2a}{a} = \frac{g\,(\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)}{g\,(\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta)} = 2 = \frac{\operatorname{sen}\alpha - \mu\cos\alpha}{\operatorname{sen}\beta - \mu\cos\beta}$$

$$2 = \frac{0{,}5 - \mu \cdot 0{,}87}{0{,}64 - \mu \cdot 0{,}77};\ 1{,}28 - 1{,}54\,\mu = 0{,}5 - 0{,}87\,\mu$$

$$0{,}78 = 0{,}67\,\mu \Rightarrow \mu = 0{,}78/0{,}67 = 1{,}16$$

El dato que sobra es el de la masa. No lo hemos usado para nada.

No está bien planteado. Aparte de que valores de μ tan altos son casi imposibles; con ese valor el cuerpo no se movería en ninguno de los dos casos.

$$2 = \frac{0{,}5 - \mu \cdot 0{,}87}{0{,}54 - \mu \cdot 0{,}84};\ 1{,}08 - 1{,}68\,\mu = 0{,}5 - 0{,}87\,\mu$$

$$0{,}58 = 0{,}81\,\mu \Rightarrow \mu = 0{,}58/0{,}81 = 0{,}72$$

Este resultado sí está dentro del margen que sería válido. En ambos casos el cuerpo se mueve y las aceleraciones son el doble la una de la otra.

Actividad de refuerzo pág. 274

Desde lo alto de un plano inclinado 25° se lanza un objeto hacia abajo con una velocidad inicial de 10 m s^{-1}, observándose que éste se detiene cuando ha recorrido 95 m por el plano. ¿Cómo es posible que se detenga si va hacia abajo? Resuelve el problema si es posible.

Solución:

Si se detiene en 95 m, es que la aceleración vale:

$2\ a\ s = v_f^2 - v_0^2;\ 2 \cdot a \cdot 95 \text{ m} = 0 - (10 \text{ m s}^{-1})^2 \qquad a = -0{,}53 \text{ m s}^{-2}$

Aplicando la Segunda Ley de Newton, y teniendo en cuenta que tanto F_r como P_x tienen sentido opuesto a la velocidad inicial:

$$\Sigma\ m\ a = P_x - F_r = m\ g \text{ sen } \alpha - \mu\ m\ g \cos \alpha = m\ g\ (\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = g\ (\text{sen } \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$\mu = \frac{\text{sen } \alpha - \frac{a}{g}}{\cos \alpha} = \frac{0{,}42 - \frac{-0{,}53 \text{ m s}^{-2}}{9{,}8 \text{ m s}^{-2}}}{0{,}91} = 0{,}52$$

Se detiene porque la fuerza de rozamiento es mayor en módulo que la componente del peso que «tira» hacia abajo.

Actividad de ampliación pág. 276

Un cuerpo de masa 100 kg que se encuentra en un plano inclinado 40° está colgando de un muelle de constante recuperadora 1,2 · 10^3 N/m. Si el muelle se ha estirado 3 cm, calcula cuánto vale el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano. ¿Cuánto más se estiraría si elimináramos el rozamiento lubricando la superficie de contacto entre cuerpo y plano?

Solución:

Aplicando la Segunda Ley de Newton y teniendo en cuenta que tanto F_r como F_e tienen sentido opuesto a P_x y la equilibran, puesto que el cuerpo está en reposo:

$$\Sigma\ m\ a = P_x - F_r - F_e = 0$$

$$0 = m\ g \text{ sen } \alpha - \mu\ m\ g \cos \alpha - k\ x$$

$$\mu = \frac{m\ g \text{ sen } \alpha - k\ x}{m\ g \cos \alpha} =$$

$$= \frac{10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}64 - 1{,}2 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1} \cdot 0{,}03 \text{ m}}{10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}77} = 0{,}35$$

$$\Sigma\ m\ a = P_x - F_e = 0 = m\ g \text{ sen } \alpha - k\ x$$

$$x = \frac{m\ g \text{ sen } \alpha}{k} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 0{,}64}{1{,}2 \cdot 10^3 \text{ N m}^{-1}} = 0{,}053 \text{ m} = 5{,}3 \text{ cm}$$

Actividad de ampliación pág. 278

Queremos construir una curva de radio 30 m lo más segura posible. Para ello, sabemos que el coeficiente de rozamiento lateral de los neumáticos con el asfalto es de 0,5. Sabiendo que a veces han de permanecer parados los coches en la curva, ¿qué ángulo de peralte nos permite más margen de paso de velocidad? ¿Cuál es la mayor velocidad segura en la curva?

Solución:

Para que un coche no deslice hacia abajo debe cumplirse que

$$\Sigma\ m\ a = P_x - F_r = 0 = m\ g \text{ sen } \alpha - \mu\ m\ g \cos \alpha$$

$$\text{tg } \alpha = \mu = 0{,}5 \ \Rightarrow\ \alpha = 26{,}5°$$

A más velocidad se pasa mejor la curva, puesto que N va aumentando y la fuerza de rozamiento sólo tiene que compensar parte.

A gran velocidad el coche se saldrá de la curva cuando la fuerza centrípeta sea menor de la teórica ($m\ v^2/R$) necesaria para dar la curva.

Dibujando las fuerzas implicadas, en ese momento se cumple que

$$v > \sqrt{R\ g \frac{\mu \cos \alpha + \text{sen } \alpha}{\cos \alpha - \text{sen } \alpha}} = \sqrt{30 \text{ m} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot \frac{0{,}5 \cdot 0{,}89 + 0{,}45}{0{,}89 - 0{,}5 \cdot 0{,}45}} =$$

$$= 20 \text{ m s}^{-1}\text{; unos } 72 \text{ km/h}$$

Hemos tenido en cuenta que el peso ($m\ g$) y la componente vertical de la fuerza de rozamiento ($\mu\ N$ sen α) —que ahora va dirigida hacia abajo del plano inclinado— son iguales a la componente vertical y hacia arriba de la normal ($N \cos \alpha$), por lo que la normal vale

$$N = \frac{m\ g}{\cos \alpha - \mu \text{ sen } \alpha}$$

Y las componentes horizontales de la fuerza de rozamiento ($\mu\ N \cos \alpha$) y de la normal (N sen α) sumadas han de ser menores que la fuerza centrípeta necesaria para tomar la curva sin salirse ($m\ v^2/R$), por lo que se obtiene la fórmula de la velocidad planteada arriba.

Actividades de refuerzo pág. 279

1. Teniendo en cuenta los datos del Ejemplo 19, calcula la tensión que soporta la cuerda en los puntos donde ésta se encuentra en posición horizontal. ¿Con qué fuerza se anula el peso en este caso?

Solución:

En este caso toda la fuerza centrípeta es debida nada más que a la tensión, puesto que sólo actúan dos fuerzas: ésta y el peso. Por lo tanto la tensión es igual a:

$$T = m\ v^2/R = 0{,}03 \text{ kg} \cdot (3{,}14 \text{ m s}^{-1})^2/0{,}5 \text{ m} = 0{,}59 \text{ N.}$$

La fuerza peso no se puede anular con ninguna otra, ya que no hay interacción vertical con nada y no existe ninguna otra fuerza. Cuando el objeto esté subiendo, creará una aceleración hacia abajo que lo ralentizará y cuando esté bajando lo acelerará, puesto que también va dirigida hacia abajo.

2. Calcula el ángulo que forma con la vertical cada uno de los asientos que cuelgan del techo de un tiovivo que se mueve a una velocidad de 0,2 vueltas cada segundo, si se encuentran a 5 m del centro del tiovivo.

La suma de la tensión que producen los cables de los que cuelga el asiento y el peso del cuerpo tiene que dar una componente horizontal, que es la fuerza centrípeta, por lo que:

$$T \cos \alpha = m\ g \quad \text{y} \quad T \text{ sen } \alpha = m\ v^2/R$$

$$g \text{ tg } \alpha = v^2/R \quad \text{y como } v = \omega\ R$$

$$\text{tg } \alpha = \omega^2\ R/g = (0{,}2\pi \text{ rad s}^{-1})^2 \cdot 5 \text{ m rad}^{-1}/9{,}8 \text{ m s}^{-2} = 0{,}20$$

$$\alpha = 11°\ 20'$$

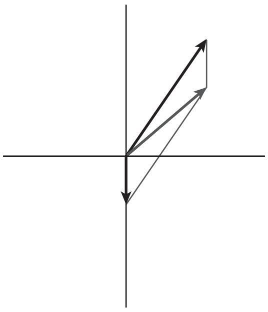
Evaluación

1. Calcula las componentes de una fuerza de 75 N que forma un ángulo de 55º con la horizontal. Súmala, gráfica y analíticamente, con una fuerza de 20 N vertical hacia abajo. ¿Qué ángulo forma la resultante con la horizontal?

Solución:

Las componentes son: $F_x = F \cos \alpha = 75\ \text{N} \cdot \cos 55° = 43\ \text{N}$

$F_y = F\ \text{sen}\ \alpha = 75\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 55° = 61{,}4\ \text{N}$



Se trata de sumar la fuerza (43, 61,4) N con la fuerza (0, –20) N, por lo que la resultante vale (43, 41,4) N, cuyo módulo es

$$R = \sqrt{(43\ \text{N})^2 + (41{,}4\ \text{N})^2} = 59{,}7\ \text{N}$$

y que forma un ángulo α:

$$\text{tg}\ \alpha = \frac{41{,}4\ \text{N}}{43\ \text{N}} = 0{,}96 \iff \beta = \text{arc tg}\ 0{,}96 = 43°\ 54'$$

2. Dos bolas, una de ellas de 500 g de masa, se dirigen una contra otra a 12 m s^{-1} cada una. Al chocar, ambas salen repelidas hacia atrás. La de 500 g se mueve ahora con una velocidad de 10 m s^{-1}, mientras que la otra lo hace a 15 m s^{-1}. Calcula la masa de la bola de masa desconocida. Si el tiempo de contacto ha sido 0,02 s, ¿cuál es el valor de la fuerza que cada una ha ejercido sobre la otra?

Solución:

Aplicando el Principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$P_0 = P_f \iff m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1 \cdot 12\ \text{m s}^{-1} + 0{,}5\ \text{kg} \cdot (-12\ \text{m s}^{-1}) = m_1 \cdot (-15\ \text{m s}^{-1}) + 0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m s}^{-1}$$

de donde $12\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 - 6\ \text{kg m s}^{-1} = -15\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 + 5\ \text{kg m s}^{-1}$

$$27\ \text{m s}^{-1} \cdot m_1 = 11\ \text{kg m s}^{-1};\quad m_1 = \frac{11\ \text{kg m s}^{-1}}{27\ \text{m s}^{-1}} = 0{,}41\ \text{kg}$$

Como la cantidad de movimiento que pierde o gana cada bola es debida al impulso:

$$F \cdot \Delta t = \Delta P = \Delta(m\ v) = m_2 v_2' - m_2 v_2 = 0{,}5\ \text{kg} \cdot 10\ \text{m s}^{-1} - 0{,}5\ \text{kg} \cdot (-12\ \text{m s}^{-1}) = 11\ \text{kg m s}^{-1}$$

Por lo tanto, la fuerza vale $F = \dfrac{11\ \text{kg m s}^{-1}}{0{,}2\ \text{s}} = 550\ \text{N}$

3> Calcula la fuerza de atracción gravitatoria que ejerce la Tierra sobre la Luna. ¿Y la que ejerce la Luna sobre la Tierra?

Datos: **G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2}; M_T = 5,98 · 10^{24} kg; M_L = 7,36 · 10^{22} kg; R_{TL} = 3,84 · 10^5 km.**

Solución:

$$F = G\frac{M_T M_L}{R_{TL}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\ \text{kg}^{-2} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg} \cdot 7{,}36 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}{(3{,}84 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = 2{,}00 \cdot 10^{20}\ \text{N}$$

Exactamente la misma; son fuerzas de acción y reacción.

4> Calcula la aceleración con la que desciende un cuerpo de masa 4 kg, por un plano inclinado 40º, sabiendo que el coeficiente de rozamiento es 0,35. ¿Cuál es el ángulo mínimo que debe tener el plano para que descienda?

Dato: **g_0 = 9,80 m s^{-2}.**

Solución:

Sobre el cuerpo, una vez eliminadas las fuerzas que se anulan entre sí, actúan dos fuerzas en la dirección del movimiento: en el sentido de éste, la componente del peso $P_x = m\ g\ \text{sen}\ \alpha$, y en sentido contrario, la fuerza de rozamiento $F_{roz} = \mu\ m\ g \cos \alpha$. Aplicando la Segunda ley de Newton,

$$\Sigma F = m\ a = m\ g\ \text{sen}\ \alpha - \mu\ m\ g \cos \alpha$$

$$a = g\ (\text{sen}\ \alpha - \mu \cos \alpha) = 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot (\text{sen}\ 40° - 0{,}35 \cdot \cos 40°) = 3{,}67\ \text{m/s}^2$$

La condición de movimiento se cumple cuando P_x es mayor que F_{roz}, por lo que se tiene que cumplir que

$$\Sigma F = m\ a = m\ g\ \text{sen}\ \alpha - \mu\ m\ g \cos \alpha > 0 \iff$$

$$\iff m\ g\ \text{sen}\ \alpha > \mu\ m\ g \cos \alpha \iff \text{sen}\ \alpha > \mu\ m\ g \cos \alpha$$

$$\text{tg}\ \alpha > \mu \iff \text{tg}\ \alpha > 0{,}35 \iff \alpha > \text{arc tg}\ 0{,}35 \iff \alpha > 19°\ 17'$$

5> Hacemos girar una piedra, de masa 0,3 kg, sujeta con una honda de longitud 1 m, en una circunferencia vertical, y cuando se encuentra en el punto más bajo del recorrido y ha alcanzado una velocidad de 10 m s^{-1}, la honda se rompe. ¿Cuál era la tensión máxima que podía soportar la honda?

Dato: **g_0 = 9,80 m s^{-2}.**

Solución:

En el punto más bajo del recorrido, la fuerza centrípeta actúa hacia arriba y es la suma de la tensión creada por la cuerda (que va hacia arriba) y el peso (que va hacia abajo). Por tanto, y aplicando la Segunda ley de Newton:

$$F_c = \Sigma F = m\ a_c = m\frac{v^2}{R} = T - P = T - m\ g \iff$$

$$\iff T = m\frac{v^2}{R} + m\ g = m\left(\frac{v^2}{R} + g\right)$$

$$T = 0{,}3\ \text{kg} \cdot \left(\frac{(10\ \text{m s}^{-1})^2}{1\ \text{m}} + 9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right) = 32{,}9\ \text{N}$$

Actividades de ampliación pág. 299

1. Calcula el ángulo que forma una fuerza de 35 N con el desplazamiento que provoca en un móvil si sabemos que ha realizado un trabajo de 730 J cuando el objeto se ha desplazado 27 m. ¿Cuál debería ser el valor y el ángulo de la fuerza mínima necesaria para producir ese trabajo con ese desplazamiento?

Solución:

Aplicando $W = F\,d\cos\alpha$ $\qquad \cos\alpha = \dfrac{W}{F\,d} = \dfrac{730\text{ J}}{35\text{ N}\cdot 27\text{ m}} = 0{,}7725$

$\alpha = 39°\ 25'$

En este segundo caso, $\cos\alpha = 1$ y $\alpha = 0°$, para que la fuerza sea mínima.

De $W = F\,d\cos\alpha$

$$F = \frac{W}{d\cos\alpha} = \frac{730\text{ J}}{27\text{ m}\cdot 1} = 27\text{ N}$$

2. ¿Es posible hacer un trabajo de 300 J aplicando una fuerza de 150 N a lo largo de 1,83 m de recorrido? Razona la respuesta.

Solución:

Aplicando $W = F\,d\cos\alpha$

$$\cos\alpha = \frac{W}{F\,d} = \frac{300\text{ J}}{150\text{ N}\cdot 1{,}83\text{ m}} = 1{,}09$$

Es imposible, ya que el coseno de un ángulo nunca puede ser superior a 1. Esto sólo podría ser cierto en el caso de un aporte externo de energía.

Actividad de ampliación pág. 300

Representa en una gráfica *F-x* la función *F* = 30*x* (en unidades SI), correspondiente a la fuerza que tensa un muelle (*F* = *k x*). Calcula el trabajo que se ha realizado para estirar el muelle 50 cm.

Solución:

Al representar la gráfica vemos que el área contenida debajo de la fuerza tiene forma de triángulo, por lo que el trabajo ha de ser el área contenida por él.

$$W = \frac{\text{base}\cdot h}{2} = \frac{0{,}50\text{ m}\cdot 30\cdot 0{,}50\text{ N}}{2} = 3{,}75\text{ J}$$

Actividades de ampliación pág. 301

1. Calcula el trabajo de rozamiento que realiza un cuerpo de 30 kg cuando desciende 16 m por un plano inclinado 45° sobre la horizontal. El coeficiente de rozamiento dinámico vale 0,3.

Solución:

El trabajo de rozamiento viene dado por la expresión $W_{roz} = -\mu\, m\, g\, \Delta x\cos\alpha$, por lo que

$$W_{roz} = -0{,}3\cdot 30\text{ kg}\cdot 9{,}8\text{ m s}^{-2}\cdot 16\text{ m}\cdot\cos 45° = -1\,000\text{ J}$$

2. Calcula qué inclinación presenta un plano inclinado si sabemos que un cuerpo de 15 kg que desciende desde 3 m de altura por él realiza un trabajo de rozamiento de –150 J cuando el coeficiente de rozamiento vale 0,23.

Solución:

Calculamos Δx aplicando la trigonometría:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{h}{\Delta x},\ \text{por lo que}\ \Delta x = \frac{h}{\text{sen}\,\alpha}$$

Aplicando $W_{roz} = -\mu\, m\, g\,\Delta x\cos\alpha$, por lo que

$$\cos\alpha = \frac{W_{roz}}{\mu\, m\, g\,\Delta x} = \frac{-150\text{ J}}{-0{,}23\cdot 15\text{ kg}\cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\cdot\frac{3\text{ m}}{\text{sen}\,\alpha}}$$

$$\frac{\cos\alpha}{\text{sen}\,\alpha} = 1{,}48 \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{1}{1{,}48} = 0{,}68 \Rightarrow \alpha = 34°\ 4'$$

Actividades de refuerzo pág. 302

1. Calcula la potencia que desarrolla un motor que es capaz de realizar un trabajo de 104 350 J cada hora. Si ese motor está situado en un vehículo de juguete de 125 g de masa que recibe una fuerza de rozamiento constante de 6 N, calcula a qué velocidad puede ir el vehículo propulsado por dicho motor.

Solución:

Como $\quad P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{104\,350\text{ J}}{1\text{ h}\cdot\dfrac{3\,600\text{ s}}{1\text{ h}}} = 29\text{ W}$

Como $\quad P = F\,v_m \Rightarrow v_m = \dfrac{P}{F} = \dfrac{29\text{ W}}{6\text{ N}} = 4{,}8\text{ m/s} = 17\text{ km/h}$

2. Calcula el trabajo que es capaz de realizar en un minuto un automóvil de 136 CV de potencia.

Solución:

$$W = P\,t = 136\text{ CV}\cdot\frac{735{,}5\text{ W}}{1\text{ CV}}\cdot 60\text{ s} = 6\cdot 10^6\text{ J}$$

Actividad de refuerzo pág. 303

Calcula el trabajo realizado por un motor de potencia 36 kW h si funciona durante 20 min.

Solución:

Pregunta trampa para ver si han asumido que los kW h no es una unidad de potencia, sino de energía. Evidentemente, el trabajo que ha realizado es 36 kW h, pero no es dependiente de ninguna cantidad de tiempo. La pregunta que podemos responder es la potencia que desarrolla si tomamos como trabajo los 36 kW h. En ese caso:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{36\text{ kW h}\cdot\dfrac{3\,600\,00\text{ J}}{1\text{ kW h}}}{20\text{ min}\cdot\dfrac{60\text{ s}}{1\text{ min}}} = 108\text{ kW}$$

También se puede calcular teniendo en cuenta que 20 min es 1/3 de hora:

$$P = 36\text{ kW h}/1/3\text{ h} = 108\text{ kW}$$

Actividad de ampliación pág. 303

Sabemos que un motor es capaz de realizar un trabajo de 500 000 J en 8 s. ¿Cuál es el valor de la potencia que desarrolla?

En las instrucciones del motor especifica que tiene una potencial nominal (supuesta de fábrica) de 130 CV. ¿Cuál es el rendimiento real del motor?

Solución:

Como $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{500\,000 \text{ J}}{8 \text{ s}} = 62\,500 \text{ W} = 62{,}5 \text{ kW}$

$$\eta = \frac{P_{\text{real}}}{P_{\text{teórica}}} \cdot 100\,\% = \frac{62\,500 \text{ W} \cdot 100\,\%}{130 \text{ CV} \cdot \dfrac{735{,}5 \text{ W}}{1 \text{ CV}}} = 65\,\%$$

Actividades de refuerzo pág. 305

1. Al soltar un objeto de 14 kg de masa desde una determinada altura se observa que adquiere una velocidad de 13 m/s. ¿Qué trabajo se ha realizado sobre él? ¿De dónde ha salido ese trabajo?

Solución:

El trabajo viene dado por

$$W = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 14 \text{ kg} \cdot (13 \text{ m/s})^2 = 1\,200 \text{ J}$$

Por el enunciado del problema puede interpretarse que el trabajo se hace a costa de pérdida de energía potencial gravitatoria del objeto.

2. Un cuerpo cambia de velocidad pasando de 54 a 36 km/h intercambiando un trabajo de 3 200 J. ¿Cuál es su masa? El trabajo, ¿lo realiza él o lo realizan sobre él?

Solución:

Pierde energía cinética, por lo que el trabajo lo realiza él.

Despejando m de $W = 1/2\ m\ v_f^2 - 1/2\ m\ v_0^2$

$$m = \frac{2\ W}{v_f^2 - v_0^2} = \frac{2 \cdot (-3\,200 \text{ J})}{\left(36 \text{ km/h} \cdot \dfrac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right)^2 - \left(54 \text{ km/h} \cdot \dfrac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}\right)^2} =$$

$$= \frac{-6\,400 \text{ J}}{(10 \text{ m/s})^2 - (15 \text{ m/s})^2} = 51 \text{ kg}$$

Actividad de ampliación pág. 305

Al chocar dos cuerpos entre sí, el primero, de masa 10 kg y con una velocidad inicial de 12 m/s, pierde velocidad hasta moverse a 4 m/s. Si el trabajo que éste realiza sólo se transmite en un 80 % al otro, de masa 3 kg y con velocidad inicial de 7 m/s, ¿a qué velocidad se mueve ahora?

Solución:

El primero cumple que: $W = 1/2\ m\ v_f^2 - 1/2\ m\ v_0^2$

$$W = 1/2 \cdot 10 \text{ kg} \cdot [(4 \text{ m/s})^2 - (12 \text{ m/s})^2] = -640 \text{ J}$$

Al segundo sólo se transmite el 80 %, por lo que se transmiten 80 % · 640 J = 510 J (es positivo, porque éste recibe la energía).

Actividad de refuerzo pág. 306

Calcula hasta qué altura sube un cuerpo de masa 12 kg e inicialmente a 5 m de altura cuando se ejerce sobre él un trabajo de 22 000 J.

Solución:

Despejando $W = m\ g\ h_f - m\ g\ h_0$

$$h_f = \frac{W}{m\ g} + h_0 = \frac{22\,000 \text{ J}}{12 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2} + 5 \text{ m} = 192 \text{ m}$$

Actividad de ampliación pág. 306

¿Qué trabajo hay que realizar sobre un satélite artificial de 80 kg (radio de su órbita = 42 000 km) para situarlo en órbita desde la superficie de la Tierra? El radio de la Tierra es 6 380 km, G = 6,67 · 10^{-11} N m^2 kg^{-2} y M_T = 5,98 · 10^{24} kg.

Solución:

$$W = -G\,\frac{M\,m}{R} - \left(-G\,\frac{M\,m}{R_T}\right) = G\,M\,m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{R}\right)$$

$W = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \text{ kg} \cdot 80 \text{ kg} \cdot (1/6\,380 \text{ km} - 1/42\,000 \text{ km}) = 4{,}24 \cdot 10^9 \text{ J}$

Actividad de ampliación pág. 307

Un muelle, de constante k = 40 N/cm, que se encontraba comprimido 12 cm por un objeto, se suelta libre y se estira hasta que se separa del objeto. ¿Qué trabajo ha realizado sobre el objeto? Si se separa cuando todavía está comprimido 3 cm, ¿qué trabajo ha realizado ahora?

Solución:

Convertimos la constante a unidades SI:

$$k = 40\ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot \frac{100 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 4\,000 \text{ N/m}$$

El trabajo viene dado por $W = 1/2\ k\ (\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 4\,000 \text{ N/m} \cdot (0{,}12 \text{ m})^2 = 29 \text{ J}$

Si se separan antes de haberse estirado del todo:

$W = 1/2\ k\ [(\Delta x_f)^2 - (\Delta x_0)^2] = 1/2 \cdot 4\,000 \text{ N/m} \cdot [(0{,}12 \text{ m})^2 - (0{,}03 \text{ m})^2] = 27 \text{ J}$

Actividad de refuerzo pág. 309

Un muelle, de constante k = 32 kN/m, se encuentra comprimido 30 cm por un objeto de masa 22 kg. Se deja en libertad y empuja al objeto por una superficie horizontal sin rozamiento que se va curvando hacia arriba. ¿Qué velocidad alcanza el objeto? Una vez que llega a la zona curva asciende por la superficie. ¿Hasta qué altura llegará?

Una vez que se para, vuelve a descender y llega a impactar con el muelle. ¿Cuánto se comprime ahora el muelle?

Solución:

$$E_{p\ \text{elástica}} = 1/2\ k\ (\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 32\,000 \text{ N/m} \cdot (0{,}3 \text{ m})^2 = 1\,400 \text{ J}$$

Al principio sólo hay energía elástica, luego sólo cinética y luego sólo potencial gravitatoria.

Por eso,

$$1\,400 \text{ J} = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 22 \text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_p}{m}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1400\text{ J}}{22\text{ kg}}} = 11\text{ m/s}$$

$$1400\text{ J} = m\,g\,h$$

$$h = \frac{1400\text{ J}}{m\,g} = \frac{1400\text{ J}}{22\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2} = 6{,}5\text{ m}$$

Cuando el objeto vuelve para atrás, y dado que se conserva la energía, el muelle se vuelve a comprimir los mismos 30 cm.

Actividad de ampliación pág. 309

Un objeto de 30 kg de masa cae sobre un muelle, de constante k = 3 000 N/m, que se encuentra en equilibrio 4 m por debajo de él. ¿Cuánto se comprime el muelle supuesto que no hay pérdidas por rozamiento?

Solución:

El objeto cae y pierde energía potencial, que se transforma en energía potencial elástica del muelle. Hay que tener en cuenta que pierde no sólo la energía potencial que corresponde a su altura, sino también la que corresponde a la distancia que se comprime el muelle puesto que sigue bajando.

$$m\,g\,(h + \Delta x) = 1/2\text{ k }(\Delta x)^2$$

$$30\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot (4\text{ m} + \Delta x) = 1/2 \cdot 3000\text{ N/m} \cdot (\Delta x)^2$$

$$1176 + 294\,\Delta x = 1500\,(\Delta x)^2$$

$$\Delta x = \frac{294 \pm \sqrt{(-294)^2 - 4 \cdot 1500 \cdot (-1176)}}{2 \cdot 1500} = 1\text{ m}$$

(Sólo hemos tomado la solución positiva, que es la que tiene sentido físico por como hemos calculado la energía potencial.)

Actividad de ampliación pág. 310

Calcula la velocidad final de un cuerpo de 5 kg de masa que se mueve inicialmente a una velocidad de 10 m/s, que recibe un trabajo motriz de 40 J y al que se hace ascender por una rampa de 3 m de altura, perdiendo en el proceso 17 J en forma de trabajo de rozamiento.

Solución:

Aplicando la ecuación de conservación de la energía generalizada:

$$W_{\text{motriz}} + W_{\text{roz}} + E_{c0} = E_{pf} + E_{cf}$$

$$40\text{ J} + (-17\text{ J}) + 1/2 \cdot 5\text{ kg} \cdot (10\text{ m/s})^2 = 273\text{ J} =$$
$$= 5\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 3\text{ m} + 1/2 \cdot 5\text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (273\text{ J} - 147\text{ J})}{5\text{ kg}}} = 7{,}1\text{ m/s}$$

Actividad de ampliación pág. 311

Si en una bomba atómica, constituida por átomos de ^{235}U, se pierden en la transformación (fisión) 0,6 g de uranio, que se convierten totalmente en energía, ¿cuánta energía se obtiene en la fisión?

Una tep (tonelada equivalente de petróleo: es la energía liberada en la combustión de 1 tonelada de petróleo) equivale a $4{,}18 \cdot 10^9$ J. ¿Cuántas toneladas de petróleo hay que quemar para obtener la misma energía que libera la reacción de fisión del uranio?

Aplicando la Ecuación de Einstein, $E = \Delta m\, c^2$

$E = 0{,}6\text{ g} \cdot 1\text{ kg}/1000\text{ g} \cdot (3 \cdot 10^8\text{ m/s})^2 = 5{,}4 \cdot 10^{13}\text{ J}$

$5{,}4 \cdot 10^{13}\text{ J} \cdot 1\text{ tep}/4{,}18 \cdot 10^9\text{ J} = 13000\text{ tep} = 13$ kilotones

Se puede utilizar el problema para comentar que ésta fue la pérdida de masa y la energía liberada por la primera bomba atómica lanzada en una guerra, la de Hiroshima, aunque ésta era de plutonio.

Actividad de refuerzo pág. 312

Un arco de constante k = 400 N/m se precarga con una flecha con una varilla de 60 cm de longitud y de masa 55 g, tensándose la longitud completa de la varilla.

Suponiendo que al soltar la cuerda ésta transmite a la flecha el 95 % de su energía, ¿con qué velocidad sale disparada la flecha? Si al impactar con el blanco, éste ejerce una fuerza de rozamiento de 650 N sobre la flecha, ¿cuánto se incrustará la flecha en el blanco?

Solución:

$E_{\text{p elástica}} = 1/2\text{ k }(\Delta x)^2 = 1/2 \cdot 400\text{ N/m} \cdot (0{,}6\text{ m})^2 = 72\text{ J}$

Como se aprovecha el 95 % de la energía inicial, se aprovechan 72 J · · 95 % = 68 J

Despejando,

$$68\text{ J} = 1/2\,m\,v^2 = 1/2 \cdot 0{,}055\text{ kg} \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 68\text{ J}}{0{,}055\text{ kg}}} = 50\text{ m/s}$$

La energía que lleva la flecha es de 68 J, que deben transformarse íntegramente en trabajo de rozamiento:

$$W = 68\text{ J} = F_{\text{roz}}\,d = 650\text{ N} \cdot d$$

$$d = 68\text{ J}/650\text{ N} = 0{,}105\text{ m} = 10{,}5\text{ cm}$$

Evaluación

1. **Calcula el trabajo que realiza el motor de un coche que realiza una fuerza horizontal de 5 000 N, mientras el coche se desplaza 30 m, a velocidad constante sin rozamientos. ¿Y el que realiza un obrero que arrastra un saco de 100 kg por un suelo deslizante a lo largo de 12 m, haciendo una fuerza de 150 N formando un ángulo de 30º sobre la horizontal? ¿Y el trabajo que hace la fuerza de rozamiento (6 N) de una moto con el suelo cuando ésta recorre 400 m?**

   Solución:

   Como el trabajo es $W = F\,\Delta x \cos \alpha$:

   Coche: $W = 5000\text{ N} \cdot 30\text{ m} \cdot \cos 0º = 150000\text{ J}$

   Obrero: $W = 150\text{ N} \cdot 12\text{ m} \cdot \cos 30º = 1560\text{ J}$

   Moto: $W = 6\text{ N} \cdot 400\text{ m} \cdot \cos 180º = -2400\text{ J}$

2> Un lanzador de piedras lanza una piedra de 40 kg de masa sobre el suelo con una velocidad de 6 m s^{-1}, y ésta se desplaza 3,5 m hasta que se detiene. Calcula el valor del trabajo de rozamiento y el coeficiente de rozamiento de la piedra con el suelo.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}**

Solución:

La piedra tiene energía cinética:

$1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 40\text{ kg} \cdot (6\text{ m s}^{-1})^2 = 720\text{ J}$

Como al final toda la energía cinética se pierde, ésta se transforma en trabajo de rozamiento:

$$W_r = -80\text{ J}$$

Aplicando la fórmula del trabajo de rozamiento:

$$W_r = \mu\ m\ g \cos\alpha\ \Delta x \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \mu = \frac{-720\text{ J}}{40\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot \cos 180° \cdot 3{,}5\text{ m}} = 0{,}52$$

3> Calcula la potencia que debe tener una bomba de agua para elevar 40 m^3 de agua hasta una altura de 20 m en una hora. Contesta en W y CV. Expresa la cantidad de energía que se le ha suministrado al agua (en forma de energía potencial) en kW h.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}; densidad del agua: 1 kg/dm^3**

Solución:

Al elevar el agua, lo que hacemos es aumentar la energía potencial de ésta, por lo que

$$P = \frac{W}{t} = \frac{\Delta E_p}{t} = \frac{m\ g\ \Delta h}{t} = \frac{d\ V\ g\ \Delta h}{t} =$$

$$= \frac{1\ \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot \frac{1000\text{ dm}^3}{1\text{ m}^3} \cdot 40\text{ m}^3 \cdot 9{,}8\text{ m/s}^2 \cdot 20\text{ m}}{1\text{ h} \cdot \frac{3600\text{ s}}{1\text{ h}}} = 2180\text{ W}$$

$$2180\text{ W} \cdot \frac{1\text{ CV}}{735\text{ W}} = 2{,}97\text{ CV}$$

La energía suministrada es 2,18 kW · 1 h = 2,18 kW h.

4> ¿Quién tiene más energía: un objeto de 5 kg que se mueve a 15 m s^{-1}, un niño de 25 kg que se encuentra en un globo aerostático a 100 m de altura, o un muelle de constante recuperadora 10 000 N/m que está comprimido 10 cm? Razona la respuesta.

Solución:

El objeto tiene energía cinética: $E_c = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 5\text{ kg} \cdot \cdot\ (15\text{ m s}^{-1})^2 = 562{,}5\text{ J}$.

El niño tiene energía potencial: $E_p = m\ g\ h = 25\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m s}^{-2} \cdot \cdot\ 100\text{ m} = 24\,500\text{ J}$.

El muelle tiene energía potencial elástica: $E_p = 1/2\ \text{k}\ (\Delta x)^2 = = 1/2 \cdot 10\,000\text{ N/m} \cdot (0{,}1\text{ m})^2 = 50\text{ J}$.

Tiene mucha más energía el niño; el que menos tiene es el muelle.

5> Un esquiador de 70 kg se tira desde un trampolín de 15 m de altura con una velocidad de 20 m s^{-1}, cayendo sobre una pista horizontal, y sin frenar, se enreda en una red elástica que se estira 4 m hasta que detiene al esquiador. Calcula la velocidad con la que llega a la pista y la constante elástica de la red.

***Datos:* g_0 = 9,80 m s^{-2}**

Solución:

Al principio, el esquiador tiene energía cinética y potencial con un valor total de

$$E = 1/2\ m\ v_0^2 + m\ g\ h = 1/2 \cdot 70\text{ kg} \cdot (20\text{ m s}^{-1})^2 + 70\text{ kg} \cdot 9{,}8\text{ m s}^{-2} \cdot 15\text{ m} = 14\,000\text{ J} + 10\,290\text{ J} = 24\,290\text{ J}$$

Esta energía se conserva en todo el recorrido. Primero se transforma toda ella en energía cinética cuando toca pista, con lo que la velocidad es

$$E = 1/2\ m\ v^2,\text{ de donde } v = \sqrt{\frac{2\ E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 24\,290\text{ J}}{70\text{ kg}}} = 26{,}3\text{ m s}^{-1}$$

Posteriormente, toda la energía cinética se transforma en elástica:

$$E = 1/2\ \text{k}\ (\Delta x)^2\text{, de donde k} = \frac{2\ E}{(\Delta x)^2} = \frac{2 \cdot 24\,290\text{ J}}{(4\text{ m})^2} = 3036\text{ N/m}$$

Actividad de ampliación pág. 332

Calcula la temperatura final a la que se establece el equilibrio en una herrería dentro de un recipiente que contiene 4,3 L de agua a 10 °C cuando introducimos en él un trozo de hierro de 750 g que estamos forjando y que se encuentra a 500 °C. ¿Por qué al introducirlo en el agua chisporrotea y sale vapor de agua al mismo tiempo que deja de estar rojo y vuelve a coger su apariencia gris oscura? Utiliza los datos que necesites de la Tabla 8.1.

Solución:

El calor que absorbe el agua se lo suministra el hierro y ambos tienen que alcanzar la misma temperatura final (Principio Cero), por lo que:

$$Q_{abs} = m_{agua}\ c_{e\ agua}\ \Delta T_{agua} = -Q_{ced} = -\ m_{Fe}\ c_{e\ Fe}\ \Delta T_{Fe}$$

$$4{,}3\ \text{kg} \cdot 4180\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1} \cdot (T_f - 283\ \text{K}) = \\ = -\ 0{,}75\ \text{kg} \cdot 440\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1} \cdot (T_f - 773\ \text{K})$$

$$18\,000\ T_f - 5\,100\,000 = 260\,000 - 330\ T_f$$

$$18\,300\ T_f = 5\,360\,000 \Rightarrow T_f = 293\ \text{K} = 20\ °\text{C}.$$

Al principio sale vapor porque el hierro se junta con el agua superficial y como es poca alcanza la temperatura de ebullición. Cuando entra en el agua ya actúa toda ella y lo enfría sin llegar a ebullir. El hierro cambia el color volviendo a su color natural a bajas temperaturas, puesto que muy rápidamente pierde los 500 °C.

Actividad de refuerzo pág. 333

Si sabemos que en un recipiente de 3 L, al calentarlo hasta 200 °C, se alcanza una presión de 2,5 atm, ¿cuántas partículas gaseosas hay en su interior? ¿Cuántos moles de gas? Utiliza como datos el valor de *R* y el número de Avogadro. Si no pudieras utilizar el valor de *R* como dato, ¿con qué otros datos podrías hacer el problema?

Solución:

Aplicando la ecuación $p\ V = n\ R\ T$,

$$n = \frac{p\ V}{R\ T} = \frac{2{,}5\ \text{atm} \cdot 3\ \text{L}}{0{,}082\ \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 473\ \text{K}} = 0{,}19\ \text{moles}$$

$$0{,}19\ \text{moles} \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{partículas mol}^{-1} = 1{,}16 \cdot 10^{23}\ \text{partículas}$$

Con el valor de la constante de Boltzmann podríamos haberlo hecho:

$$R = k_B\ N_A$$

Actividad de ampliación pág. 335

Nos proponemos llevar el gas contenido en un recipiente extensible, inicialmente de 5 L, y a presión atmosférica hasta otra situación donde la presión vale exactamente 2,2 atm y el volumen es de 10 L. ¿Cualquier camino que elijamos necesitará la misma cantidad de trabajo?

Solución:

Podemos empezar pasando de las condiciones iniciales a subir la presión manteniendo el volumen para terminar manteniendo la presión y aumentando el volumen, por lo que el trabajo será:

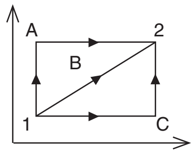
$$W_T = W_1 + W_2 = -p_0\ (V_0 - V_0) + [-p_f\ (V_f - V_0)] = 0 - 2{,}2\ \text{atm} \cdot \\ \cdot 101\,300\ \text{Pa atm}^{-1}\ (10\ \text{L} - 5\ \text{L}) \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3\ \text{L}^{-1} = -1\,100\ \text{J}$$

Ahora invertimos: primero aumento de volumen, luego aumento de presión:

$$W'_T = W'_1 + W'_2 = -p_0\ (V_f - V_0) + [-p_0\ (V_f - V_f)] = \\ = -1\ \text{atm} \cdot 101\,300\ \text{Pa atm}^{-1}\ (10\ \text{L} - 5\ \text{L}) \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3\ \text{L}^{-1} + 0 = -510\ \text{J}$$

Es evidente que los resultados son diferentes, por lo que podemos concluir que el trabajo depende del camino que elijamos para pasar de un punto termodinámico a otro.

Actividad de refuerzo pág. 336



Calcula el trabajo realizado por un gas que transita termodinámicamente del punto 1 al 2 por los tres caminos planteados A, B y C si la presión correspondiente al punto 1 es 0,16 atm y su volumen, 13 L, y la correspondiente al punto 2 es 0,50 atm con un volumen de 70 L. ¿Cuál es el trabajo asociado al ciclo producido cuando el gas evoluciona de 1 a 2 por el camino A y retorna de 2 a 1 por el B?

Solución:

$$W_A = W_{1A} + W_{A2} = -p_0\ (V_0 - V_0) + [-p_f\ (V_f - V_0)] = 0 - 0{,}50\ \text{atm} \cdot \\ \cdot 101\,300\ \text{Pa atm}^{-1} \cdot (70\ \text{L} - 13\ \text{L}) \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3\ \text{L}^{-1} = -2\,900\ \text{J}$$

$$W_B = W_A - \frac{-\Delta p\ \Delta V}{2} = -2\,900\ \text{J} + \\ + \frac{0{,}34\ \text{atm} \cdot \dfrac{101\,300\ \text{Pa}}{1\ \text{atm}} \cdot 57\ \text{L} \cdot \dfrac{1\ \text{m}^3}{1\,000\ \text{L}}}{2} = -1\,900\ \text{J}$$

$$W_C = W_{1C} + W_{C2} = -p_0\ (V_f - V_0) + [-p_0\ (V_f - V_f)] = -0{,}16\ \text{atm} \cdot \\ \cdot 101\,300\ \text{Pa atm}^{-1} \cdot (70\ \text{L} - 13\ \text{L}) \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3\ \text{L}^{-1} + 0 = -920\ \text{J}$$

Se podría hacer sólo gráficamente, teniendo en cuenta que el camino A forma un rectángulo, al igual que el C, mientras que el B forma un trapecio.

$$W_{ciclo} = W_A - W_B = -2\,900\ \text{J} - (-1\,900\ \text{J}) = -1\,000\ \text{J}$$

Actividad de ampliación pág. 338

Una bala de plomo de 20 g de masa se dispara a 100 m/s sobre una pared también de plomo, de 2 kg de masa, aislada térmicamente del exterior. Si toda la energía de la bala se invierte en calentar el plomo, ¿qué temperatura alcanzará si se encuentra inicialmente a 20 °C? Si esa energía se le suministra a un cilindro, con un émbolo que contiene 5 L de gas hidrógeno a 1 atm de presión, ¿cuál será el volumen final del gas si la presión es constante?

Obtén los datos que necesites de la Tabla 8.1

Solución:

$$E_c = 1/2\ m\ v^2 = 1/2 \cdot 0{,}02\ \text{kg} \cdot (100\ \text{m/s})^2 = 100\ \text{J}$$

Si toda la energía se transforma en calor,

$$Q = m\ c_e\ \Delta T \Rightarrow 100\ \text{J} = 2{,}02\ \text{kg} \cdot 130\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1} \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = 0{,}4\ \text{K} \Rightarrow T_f = 20{,}4\ °\text{C}$$

La energía hace que el gas contenido en el émbolo se expansione, y dado que el trabajo es $p\ \Delta V$:

$$100 \text{ J} = 1 \text{ atm} \cdot 101\,300 \text{ Pa/atm} \cdot \Delta V$$

$$\Delta V = 0{,}99 \text{ L}$$

Ocupará aproximadamente 6 L de volumen.

(Debemos prescindir de signos en el trabajo a estas alturas, al no haber trabajado con isoprocesos.)

Actividades de refuerzo pág. 339

1. Sobre un sistema realizamos un trabajo de 300 J al mismo tiempo que se le suministra un calor de 125 cal. ¿Cuál ha sido la variación en la energía interna del sistema?

Solución:

Aplicando el Primer Principio:

$$\Delta U = Q + W = 125 \text{ cal} \cdot \frac{4{,}18 \text{ J}}{1 \text{ cal}} + 300 \text{ J} = 820 \text{ J}$$

2. Si un sistema realiza un trabajo sobre el entorno al mismo tiempo que recibe calor de éste, ¿podemos afirmar si gana o pierde de energía interna?

Cuando un sistema gaseoso pierde energía interna es porque desciende la temperatura a la que se encuentra. Si un sistema gaseoso realiza un trabajo y al mismo tiempo emite calor al entorno, ¿qué podemos decir que ha sucedido con la temperatura a la que se encuentra?

Solución:

Como $\Delta U = Q + W$, y uno es positivo y el otro negativo, no podemos afirmar si gana o pierde energía interna. Ganará si el calor que recibe es mayor que el trabajo que realiza y perderá en caso contrario, no variando si son iguales.

Como ambos son pérdidas, se hará a costa de la energía interna y, por lo tanto, descenderá la temperatura del sistema.

Actividad de refuerzo pág. 341

Al suministrar 346 cal a un sistema que contiene en una botella de paredes fijas oxígeno gas a 32 °C se observa que la temperatura que alcanza es de 123 °C. ¿Cuál es la masa de gas contenida dentro de la botella? Si el volumen de la botella es 5 L, ¿a qué presión se encontraba inicialmente?

Solución:

El proceso es isocórico, por lo que $W = 0$

$$Q = \Delta U = m\ c_V\ (T_f - T_0)$$

$$m = \frac{Q}{c_V\ \Delta T} = \frac{346 \text{ cal} \cdot \dfrac{4{,}18 \text{ J}}{1 \text{ cal}}}{648\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 91 \text{ K}} = 24{,}5 \text{ g}$$

Aplicando la Ecuación de los gases perfectos:

$$p = \frac{n\ R\ T}{V} = \frac{24{,}5 \text{ g de } O_2 \cdot \dfrac{1 \text{ mol de } O_2}{32 \text{ g de } O_2} \cdot 0{,}082\ \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 305 \text{ K}}{5 \text{ L}} =$$

$$= 3{,}8 \text{ atm}$$

Actividad de refuerzo pág. 342

Suministramos 2 500 J a un sistema que contiene dentro de un termo 5 moles de nitrógeno gas, inicialmente a 20 °C. ¿Qué temperatura alcanza? Si la presión inicial es 1,2 atm, calcula el volumen inicial del recipiente y representa en un diagrama *p-V* el proceso seguido por el gas (no es necesario que calcules con precisión el punto final, sino sólo el punto inicial y hacia dónde transcurre el proceso).

Solución:

El proceso es adiabático, por lo que $Q = 0$

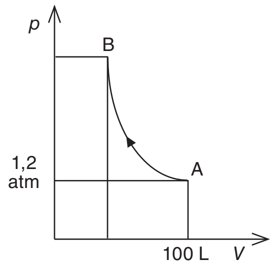
$$W = \Delta U = m\ c_V\ (T_f - T_0)$$

$$T_f = \frac{W}{m\ c_v} + T_0 = \frac{2\,500 \text{ J}}{5 \text{ mol} \cdot \dfrac{0{,}028 \text{ kg de } N_2}{1 \text{ mol}} \cdot 740\ \dfrac{\text{J}}{\text{kg K}}} + 293 \text{ K} = 317 \text{ K}$$

Aplicando la ecuación de los gases perfectos:

$$V = \frac{n\ R\ T}{P} = \frac{5 \text{ moles de } N_2 \cdot 0{,}082\ \dfrac{\text{atm L}}{\text{mol K}} \cdot 293 \text{ K}}{1{,}2 \text{ atm}} = 100 \text{ L}$$

La gráfica que sigue es la siguiente:



Donde lo importante es que disminuye el volumen aumentando fuertemente la presión. El trabajo ha realizado una compresión adiabática.

Evaluación

1. **Un trozo de aluminio de 120 g de masa, que se encuentra a 80 °C, se añade a un recipiente que contiene 250 g de agua a 15 °C. Calcula la temperatura final que tendrá el agua, supuesto que no hay pérdidas de calor al exterior.**

   ***Datos:* Calor específico del aluminio = 895 J kg^{-1} K^{-1}; del agua = 4 180 J kg^{-1} K^{-1}.**

   Solución:

   Teniendo en cuenta que el calor es una energía en tránsito, la cantidad de calor que desprende el aluminio debe ser absorbida por el agua, por lo que $Q_{abs} = -Q_{ced}$.

   Por otro lado, según el Principio Cero, la temperatura final ha de ser la misma, por lo que

   $$Q_{abs} = -Q_{ced} = m_{Al}\ c_{eAl}\ (T_f - T_{0Al}) = -m_{agua}\ c_{e\ agua}\ (T_f - T_{0\ agua})$$

   Por lo que $0{,}12 \text{ kg} \cdot 895 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot (T_f - 353 \text{ K}) =$
   $= -0{,}25 \text{ kg} \cdot 4\,180 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot (T_f - 288 \text{ K})$

   $107 \text{ J K}^{-1} \cdot T_f - 37\,900 \text{ J} = -1\,045 \text{ J K}^{-1} \cdot T_f + 301\,000 \text{ J};$
   $1\,152 \text{ J K}^{-1} \cdot T_f = 339\,000 \text{ J}$

De donde T_f = 294 K = 21 °C

Se podía haber hecho en °C, pero por respetar las unidades hemos preferido pasarlo a K.

2. Calcula el volumen inicial que ocupaba un gas, si se le ha suministrado un trabajo de 300 J para comprimirlo isobáricamente hasta ocupar 20,0 L, a una presión atmosférica de 700 mm de Hg.

Solución:

El trabajo es $W = -p\,\Delta V \iff \Delta V =$

$$= \frac{300\ \text{J} \cdot \dfrac{1\ \text{atm L}}{101{,}3\ \text{J}}}{-700\ \text{mmHg} \cdot \dfrac{1\ \text{atm}}{760\ \text{mmHg}}} = -3{,}2\ \text{L}$$

Como $\Delta V = V_f - V_0 \iff V_0 = V_f - \Delta V$ = 20,0 L − (−3,2 L) = 23,2 L.

3. Determina el calor intercambiado por un sistema en los siguientes casos:

***a)* Se expande adiabáticamente entre 3 atm y $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.**

***b)* Se expande isotérmicamente realizando un trabajo de 3 900 J.**

***c)* Realiza una transformación isocórica en la que su energía interna se ve disminuida en 1 500 cal. ¿Se encuentra a mayor o menor temperatura? ¿Es una compresión o una expansión?**

Solución:

a) No es necesario hacer cálculos. Un proceso adiabático no intercambia calor: 0 J.

b) Como en un proceso isotérmico no varía la energía interna: $0 = Q - 3\,900$ J. Recibe una cantidad de calor de 3 900 J.

c) En una transformación isocórica no se realiza ni se recibe trabajo: $-1\,500\ \text{cal} = Q + 0$.

Se desprenden 1 500 cal ($Q = -1\,500\ \text{cal} \cdot 4{,}18\ \text{J cal}^{-1} = -6\,270$ J). Como la energía interna disminuye, la temperatura también lo hará. No hay ni compresión ni expansión, ya que el volumen no varía en un proceso isocórico.

4. Calcula en unidades del SI el valor de c_v para el oxígeno, si 38,4 g de este gas absorben 750 J al aumentar su temperatura 30 °C.

Por ser un proceso de cálculo de c_v, el volumen permanece constante y el calor absorbido es igual a $Q_{abs} = m\,c_v\,\Delta T$.

Despejando c_v:

$$c_v = \frac{Q_{abs}}{m\,\Delta T} = \frac{750\ \text{J}}{38{,}4\ \text{g} \cdot \dfrac{1\ \text{kg}}{1\,000\ \text{g}} \cdot 30\ \text{K}} = 651\ \text{J kg}^{-1}\ \text{K}^{-1}$$

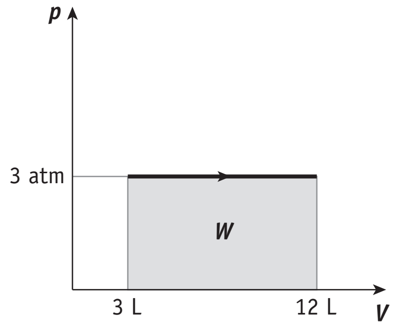
5. Calcula gráficamente el trabajo realizado por un sistema que se encuentra a 3 atm de presión, cuando se expansiona desde 3 L hasta 12 L, siguiendo los siguientes caminos:

***a)* Proceso isobárico.**

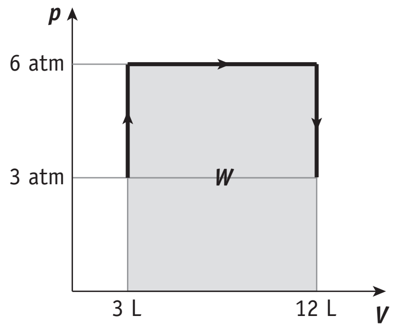
***b)* Proceso isocórico donde la presión aumenta al doble, expansión isobárica y proceso isocórico hasta el punto final.**

***c)* Va en línea recta del punto (3 L, 3 atm) al punto (12 L, 5 atm).**

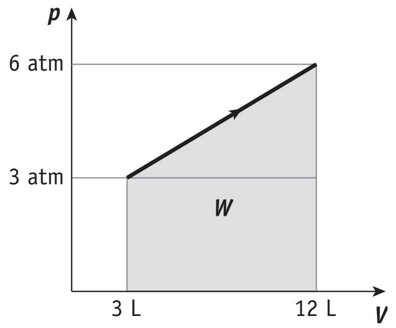
a)



b)



c)



a) El trabajo es el área del rectángulo, negativo por ser expansión:

$W = -3\ \text{atm} \cdot 9\ \text{L} = -27\ \text{atm L} \cdot 101{,}3\ \text{J atm}^{-1}\ \text{L}^{-1} = -2\,735\ \text{J}$

b) El trabajo es el área del rectángulo, negativo por ser expansión:

$W = -6\ \text{atm} \cdot 9\ \text{L} = -54\ \text{atm L} \cdot 101{,}3\ \text{J atm}^{-1}\ \text{L}^{-1} = -5\,470\ \text{J}$

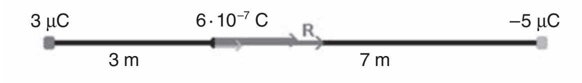
c) El trabajo es el área del trapecio (rectángulo + triángulo), negativo por ser expansión:

$W = -(3\ \text{atm} + 5\ \text{atm})/2 \cdot 9\ \text{L} = -36\ \text{atm L} \cdot 101{,}3\ \text{J atm}^{-1}\ \text{L}^{-1} =$
$= -3\,650\ \text{J}$

Actividad de refuerzo pág. 357

Calcula la fuerza eléctrica que ejercen dos cargas eléctricas, de 3 μC y −5 μC, separadas 10 cm sobre otra carga de $6 \cdot 10^{-7}$ C situada entre ambas en la línea que las une y a 3 cm de la primera. ¿Y si todas las fuerzas fueran positivas?

Solución:



Aplicando la Ley de Coulomb a cada una:

$$F_1 = K\frac{q_1\,q}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(3 \cdot 10^{-2}\text{ m})^2} = 18 \text{ N}$$

$$F_2 = K\frac{q_2\,q}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 6 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(7 \cdot 10^{-2}\text{ m})^2} = -5{,}5 \text{ N}$$

La primera es repulsiva y la segunda es atractiva, por lo que se dirigen hacia el mismo sentido.

F_R = 18 N + 5,5 N = 23,5 N hacia la carga negativa.

Si todas las fuerzas fueran positivas, las dos componentes serían opuestas, por lo que la resultante sería la diferencia:

F_R = 18 N − 5,5 N = 12,5 N hacia la carga negativa.

Actividad de ampliación pág. 358

Por encima de una carga Q, de $3{,}2 \cdot 10^{-7}$ C, y a 10 cm de ella, se encuentra una carga q_1 de −2,8 μC. A 30 cm a la derecha de Q se encuentra otra carga q_2 de 6,5 μC. ¿En qué punto (distancia y ángulo sobre la horizontal) debemos situar una carga de 10 μC para que la carga Q no experimente ningún tipo de fuerza eléctrica?

Solución:

La fuerza que ejerce q_1 sobre Q vale:

$$F_1 = K\frac{q_1\,Q}{d_1^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(10^{-1}\text{ m})^2} = 0{,}81 \text{ N hacia arriba}$$

y la que ejerce q_2 es igual a $F_2 = K\dfrac{q_2\,Q}{d_2^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot$

$$\cdot \frac{6{,}5 \cdot 10^{-6}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{(3 \cdot 10^{-1}\text{ m})^2} = 0{,}21 \text{ N hacia la izquierda}$$

Por lo tanto, la fuerza que ejerce la última carga, q_3, debe valer 0,81 N hacia abajo y 0,21 N hacia la derecha, por lo que

$$d_{3x} = \sqrt{K\frac{q_3\,Q}{F_{3x}}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{0{,}21 \text{ N}}} = 0{,}37 \text{ m}$$

hacia la izquierda de Q para que la repela hacia la derecha.

$$d_{3y} = \sqrt{K\frac{q_3\,Q}{F_{3y}}} = \sqrt{9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2}\,\frac{10^{-5}\text{ C} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-7}\text{ C}}{0{,}81 \text{ N}}} = 0{,}19 \text{ m}$$

hacia arriba de Q para que la repela hacia abajo.

La distancia a la carga Q vendrá dada por la hipotenusa del triángulo rectángulo que forman ésta y las dos componentes que hemos hallado:

$$d_3 = \sqrt{d_{3y}^2 + d_{3x}^2} = \sqrt{(0{,}19\text{ m})^2 + (0{,}37\text{ m})^2} = 0{,}42 \text{ m}$$

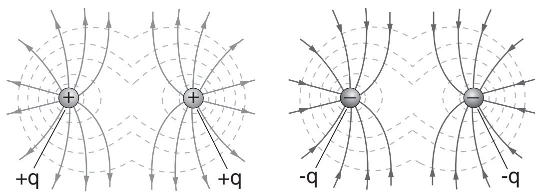
Y el ángulo vendrá dado por $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{d_{3y}}{d_{3x}} = \dfrac{-0{,}19\text{ m}}{0{,}37\text{ m}} = -0{,}51 \Rightarrow$

$\Rightarrow 152°49'$

El ángulo es en el segundo cuadrante por los propios resultados del problema. En la tangente hemos puesto signo a la distancia d_{3y}, puesto que es hacia la izquierda, y en los ángulos es importante el sentido.

Actividad de refuerzo pág. 361

Dibuja el campo que crean dos cargas iguales del mismo signo (los dos casos: positivas y negativas) separadas una cierta distancia.



Actividades de refuerzo pág. 362

1. Calcula el potencial eléctrico debido a dos cargas eléctricas, de 1,3 μC y −2,8 μC y separadas 35 cm, en un punto situado entre ambas, en la línea que las une y a 10 cm de la segunda. ¿Y el que se crea a 10 cm de la segunda pero alejándose de la primera?

Solución:

Hay que tener en cuenta que el potencial es una magnitud escalar, por lo que

$$V_1 = K\frac{q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{25 \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 4{,}7 \cdot 10^7 \text{ V}$$

$$V_2 = K\frac{q_2}{d_2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{-2{,}8 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{10^{-1}\text{ m}} = -2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V}$$

Se suman como escalares que son, por lo que

$V_R = 4{,}7 \cdot 10^4 \text{ V} - 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V} = -2{,}0 \cdot 10^5$ V.

Si ahora lo calculamos por fuera de las dos cargas, el valor debido a la segunda carga sería el mismo, pero no así el debido a la primera:

$$V_1 = K\frac{q_1}{d_1} = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2\text{ C}^{-2} \cdot \frac{1{,}3 \cdot 10^{-6}\text{ C}}{35 \cdot 10^{-2}\text{ m}} = 3{,}3 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Sumándolos:

$$V_R = 3{,}3 \cdot 10^4 \text{ V} - 2{,}5 \cdot 10^5 \text{ V} = -2{,}2 \cdot 10^5 \text{ V}$$

2. Si con la distribución de cargas del problema anterior llevamos la carga del primer punto hasta el segundo siguiendo una línea recta (pasando por el punto donde se encuentra la carga negativa), ¿cómo varía el potencial? ¿Hacia dónde se dirige en cada momento?

Solución:

Como se va acercando a la carga negativa, el potencial que ésta crea se hace fuertemente negativo, por lo que el potencial irá disminuyendo hasta alcanzar el valor ∞ cuando nos encontramos en el punto donde se encuentra la carga negativa. Luego aumenta (se hace menos negativo), ya que se aleja de las dos (el efecto de la carga negativa siempre es mayor, por ser mayor el valor absoluto de la carga y estar más cerca).

Pregunta trampa: El potencial es una magnitud escalar y por lo tanto no se dirige hacia ningún lado. Es un simple valor numérico con su unidad correspondiente.

Actividad de refuerzo pág. 363

Calcula la diferencia de potencial que hay entre dos puntos de una distribución de cargas eléctricas si sabemos que una carga de $4 \cdot 10^{-7}$ C, al desplazarse entre ellos, realiza un trabajo de $3{,}2 \cdot 10^{-3}$ J. ¿Cuál de los puntos está a mayor potencial?

Solución:

Aplicando la fórmula del trabajo y la diferencia de potencial:

$$W_{AB} = q\,(V_A - V_B) \text{ por lo que}$$

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}{4 \cdot 10^{-7}\ \text{C}} = 8000\ \text{V}$$

Como la carga es positiva y realiza ella el trabajo es porque se aleja de las cargas positivas y se acerca a las negativas, por lo que se acerca a potenciales decrecientes. Está a mayor potencial el punto de partida.

Actividades de refuerzo pág. 364

1. Por la sección perpendicular de un cable conductor contabilizamos que pasan $2{,}55 \cdot 10^{22}$ electrones cada hora. Calcula la intensidad de la corriente que atraviesa el conductor.

***Datos:* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

Solución:

La intensidad viene dada por

$$I = \frac{q}{t} = \frac{2{,}55 \cdot 10^{22}\ e^- \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \dfrac{\text{C}}{e^-}}{1\ \text{h} \cdot \dfrac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}}} = 1{,}13\ \text{A}$$

2. Sabemos que la intensidad de corriente que circula por una cuba electrolítica es de 3 mA. ¿Cuál es la carga eléctrica que atraviesa la cuba en 10 minutos? ¿Cuántos electrones se acumulan en un electrodo en ese tiempo?

***Datos:* $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C**

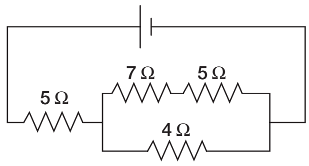
Solución:

$$Q = I\,t = 3\ \text{mA} \cdot \frac{1\ \text{A}}{1000\ \text{mA}} \cdot 10\ \text{min} \cdot \frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}} = 1{,}8\ \text{C}$$

$$\text{n.º } e^- = 1{,}8\ \text{C} \cdot \frac{1e^-}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \text{C}} = 1{,}1 \cdot 10^{19} \text{ electrones}$$

Actividad de refuerzo pág. 366

Calcula la resistencia equivalente a la asociación de resistencias del circuito siguiente:



Solución:

La resistencia equivalente al ramal superior de la derivación es: $R_A = 7\ \Omega + 5\ \Omega = 12\ \Omega$

La de toda la derivación es:

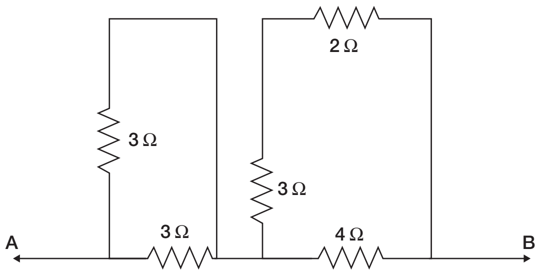
$$R_B = \frac{R_A\,R_4}{R_A + R_4} = \frac{12\ \Omega \cdot 4\ \Omega}{12\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{48\ \Omega^2}{16\ \Omega} = 3\ \Omega$$

La resistencia total es $R_T = 5\ \Omega + 3\ \Omega = 8\ \Omega$

Actividad de ampliación pág. 366

***Nota:* Muchas veces le damos tan claro el dibujo de las resistencias que no tienen ni que pensar cómo se asocian. Este problema pretende complicarles un poco la distribución de las resistencias.**

Calcula la resistencia equivalente a la asociación de resistencias del tramo de circuito siguiente:



Solución:

La resistencia equivalente al ramal de la izquierda (paralelo) es:

$$R_A = \frac{R_1\,R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3\ \Omega \cdot 3\ \Omega}{3\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{9\ \Omega^2}{6\ \Omega} = \frac{3}{2}\ \Omega$$

La resistencia equivalente al ramal superior de la derivación que hay a la derecha es

$$R_B = R_3 + R_4 = 3\ \Omega + 2\ \Omega = 5\ \Omega$$

La de toda la derivación es:

$$R_c = \frac{R_B\,R_5}{R_B + R_5} = \frac{5\ \Omega \cdot 4\ \Omega}{5\ \Omega + 4\ \Omega} = \frac{20\ \Omega^2}{9\ \Omega} = \frac{20}{9}\ \Omega$$

La resistencia total es

$$R_T = R_A + R_C = \frac{3}{2}\ \Omega + \frac{20}{9}\ \Omega = \frac{67}{18}\ \Omega = 3{,}7\ \Omega$$

Actividad de refuerzo pág. 368

Las bombillas habituales que venden en las tiendas de electricidad, para utilizar con voltajes de 220 V, oscilan entre 25 y

300 W. ¿Cuál es la que tiene la resistencia mayor y cuánto vale? Contesta la misma pregunta pero para la de resistencia menor.

Si las conectáramos a una corriente de 125 V, ¿qué magnitudes físicas cambiarían? ¿Lucirían más o menos?

Solución:

Como $P = V\,I$ y $V = I\,R \Rightarrow P = \dfrac{V^2}{R}$, de donde $R = \dfrac{V^2}{P}$, por lo que tendrá mayor resistencia la de menor potencia: $R = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{(220\ \text{V})^2}{25\ \text{W}} = 1{,}9 \cdot 10^3\ \Omega$

y la menor será $R = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{(220\ \text{V})^2}{300\ \text{W}} = 1{,}6 \cdot 10^2\ \Omega$

Al conectarla a una diferencia de potencial menor no varía la resistencia, al ser debida a la propia constitución interna de la bombilla. Como V varía sin hacerlo R, la potencia varía, ya que hay una fórmula que relaciona directamente las tres magnitudes. Lo mismo ocurre para I.

Al disminuir V sin variar R, el valor de la potencia disminuye, por lo que las bombillas lucirían menos. En el caso contrario las bombillas lucirían más, pero a costa de emitir más energía de la que deberían, y por eso se funden rápidamente.

Actividad de ampliación pág. 369

Conectamos una batería de fem ε = 12 V y resistencia interna *r* = 0,65 Ω a un circuito de iluminación donde colocamos en paralelo 4 bombillas que marcan 12 V y 40 W.

a) **¿Qué valor tiene la resistencia equivalente del circuito sin tener en cuenta la batería?**

b) **¿Qué intensidad real recorre el circuito?**

c) **¿Cuál es la diferencia de potencial real que existe entre los bornes de cada bombilla?**

d) **¿Qué potencia real disipa cada bombilla?**

e) **¿Cuántas calorías desprende la batería si está en funcionamiento 3 horas?**

Solución:

a) $R_1 = \dfrac{V^2}{P} = \dfrac{(12\ \text{V})^2}{40\ \text{W}} = 3{,}6\ \Omega$

Como son 4 bombillas de la misma resistencia:

$$R_T = \frac{R_1\,R_2\,R_3\,R_4}{4\,R_2\,R_3\,R_4} = \frac{R_1}{4} = 3{,}6\ \Omega/4 = 0{,}9\ \Omega$$

b) Aplicando la Ley de Ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{12\ \text{V}}{0{,}65\ \Omega + 0{,}9\ \Omega} = 7{,}7\ \text{A}$$

c) Por cada bombilla pasa la cuarta parte de la intensidad total, por lo que

$$V = I\,R = \frac{7{,}7\ \text{A}}{4} \cdot 3{,}6\ \Omega = 6{,}9\ \text{V}$$

d) $P = V\,I = 6{,}9\ \text{V} \cdot \dfrac{7{,}7\ \text{A}}{4} = 13{,}3\ \text{W}$

e) $E = P\,t = R\,I^2\,t = 0{,}65\ \Omega \cdot (7{,}7\ \text{A})^2 \cdot 3\ \text{h} \cdot 3\,600\ \text{s/h} =$

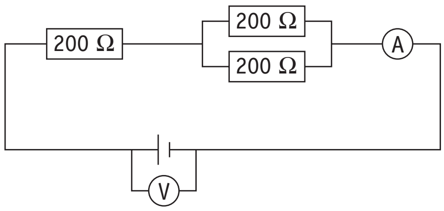
$= 4{,}2 \cdot 10^5\ \text{J} \cdot 0{,}24\ \text{cal/J} = 100\ \text{kcal}$

Es aproximadamente la cantidad de calor necesaria para llevar 1 L de agua desde el punto de fusión al de ebullición.

Evaluación

1. Dibuja un circuito que contenga dos resistencias de 200 Ω en paralelo entre ellas, que se encuentran en serie con otra resistencia de 200 Ω, donde haya un voltímetro que mida la diferencia de potencial total del circuito (marcado con la letra V) y un amperímetro (marcado con la letra A) que mida la intensidad de corriente total que circula por el circuito. Si la fuente de alimentación es corriente continua de 14 V, calcula la resistencia equivalente del circuito y la intensidad que marcaría el amperímetro.

Solución:



La resistencia equivalente de las dos resistencias en paralelo vale:

$$R_{eq} = \frac{200\ \Omega \cdot 200\ \Omega}{200\ \Omega + 200\ \Omega} = 100\ \Omega$$

La resistencia total será por tanto:

$$R_T = 100\ \Omega + 200\ \Omega = 300\ \Omega$$

La intensidad se saca de la Ley de Ohm, $V = I\,R$, de donde $I = 14\ \text{V}/300\ \Omega = 0{,}047\ \text{A}$.

2. Calcula los minutos que debe estar en funcionamiento una resistencia de 2 000 Ω para que desprenda una cantidad de calor de 5 000 cal cuando se conecta a una fuente de alimentación que suministra 220 V.

Solución:

La Ley de Ohm nos permite saber la intensidad que es:

$$V = I\,R,\ \text{de donde}\ I = 220\ \text{V}/2\,000\ \Omega = 0{,}11\ \text{A}$$

La Ley de Joule nos dice que la energía disipada por una resistencia es igual a

$$Q = 0{,}24\,R\,I^2\,t$$

de donde podemos despejar el tiempo:

$$t = \frac{Q}{0{,}24\,R\,I^2} = \frac{5\,000\ \text{cal}}{0{,}24 \cdot 2\,000\ \Omega \cdot (0{,}11\ \text{A})^2} = 860\ \text{s} \cdot \frac{1\ \text{minuto}}{60\ \text{s}} =$$

$$= 14{,}33\ \text{minutos}$$

3. Calcula la carga eléctrica que deben tener dos esferas igualmente cargadas para que su fuerza de repulsión cuando se encuentran a 10 cm de distancia una de otra sea de 22,5 N.

Datos: **$K = 9 \cdot 10^9\ \text{N m}^2\ \text{C}^{-2}$.**

Solución:

Aplicando la Ley de Coulomb y despejando la carga:

$$F = \mathrm{K}\frac{Q\,q}{d^2} \Leftrightarrow q^2 = \frac{F\,d^2}{\mathrm{K}} \Leftrightarrow q = \sqrt{\frac{F\,d^2}{\mathrm{K}}} = \sqrt{\frac{22{,}5\ \mathrm{N} \cdot (0{,}1\ \mathrm{m})^2}{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}}}} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} = 5\ \mu\mathrm{C}$$

4. Una carga crea un potencial de 630 V a una distancia *r* de su centro. En ese mismo punto, el campo eléctrico alcanza un valor de 7000 N C^{-1}. ¿Qué valor tiene la carga? Si en ese punto colocamos una carga de –3 μC, ¿qué fuerza actuará sobre ella?

Solución:

Como el potencial es $V = \mathrm{K}\frac{Q}{d}$ y el campo es igual a $E = \mathrm{K}\frac{Q}{d^2}$, si despejamos d de la primera ecuación y lo sustituimos en la segunda, nos queda:

$$d = \mathrm{K}\frac{Q}{V}; \quad E = \mathrm{K}\frac{Q}{d^2} = \mathrm{K}\frac{Q}{\left(\mathrm{K}\frac{Q}{V}\right)^2} = \frac{\mathrm{K}\,Q}{\mathrm{K}^2\frac{Q^2}{V^2}} = \frac{V^2}{\mathrm{K}\,Q}$$

$$Q = \frac{V^2}{\mathrm{K}\,E} = \frac{(630\ \mathrm{V})^2}{9 \cdot 10^9\ \mathrm{N\ m^2\ C^{-2}} \cdot 7000\ \mathrm{N\ C^{-1}}} = 6{,}3 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{C}$$

(Se puede solucionar hallando *d*, pero esta forma no depende de valores previamente calculados por nosotros, sino sólo de datos.)

Para calcular la fuerza, no hay nada más que comparar $F = \mathrm{K}\frac{Q\,q}{d^2}$ con $E = \mathrm{K}\frac{Q}{d^2}$ para obtener $F = q\,E = -3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C} \cdot 7000\ \mathrm{N\ C^{-1}} = -2{,}1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{N}$, fuerza que por ser negativa es atractiva.

5. Una pila es capaz de generar una fem de 1,5 V. Si la resistencia interna de la pila es de 5 Ω y la conectamos a un circuito que tiene una resistencia total de 230 Ω, ¿qué intensidad circulará por el circuito? ¿Cuál será la diferencia de potencial entre los bornes de la pila? ¿Cuánto calor desprenderá la pila en un minuto?

Solución:

La Ley de Ohm generalizada nos dice que $\varepsilon = I\,(R + r)$, por lo que la intensidad que circula por el circuito será

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{230\ \Omega + 5\ \Omega} = \frac{1{,}5\ \mathrm{V}}{235\ \Omega} = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} = 6{,}4\ \mathrm{mA}$$

La diferencia de potencial entre los bornes de la pila vendrá dada por

$$V = I\,R = 6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A} \cdot 230\ \Omega = 1{,}47\ \mathrm{V}$$

La cantidad de calor desprendido por la pila será

$$Q = 0{,}24\,R\,I^2\,t = 0{,}24 \cdot 5\ \Omega \cdot (6{,}4 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A})^2 \cdot 60\ \mathrm{s} = 0{,}003\ \mathrm{J} =$$

$$= 3\ \mathrm{mJ}$$